CORRIGÉ ACTIVITÉ 4

CORRIGÉ, p. 45

Activité 4

1er temps

a) Équation : $f(x) = \frac{7}{3}|x - 2| + 3$

On connaît la valeur des paramètres h et k, car les coordonnées du sommet sont fournies. Donc, l'équation est $f(x) = a|x - 2| + 3$. Ensuite, on peut remplacer les valeurs de x et de y par les coordonnées du point (5, 10) par lequel passe le graphique de la fonction. On obtient alors :

$$10 = a|5 - 2| + 3$$
$$10 = a|3| + 3$$
$$10 = 3a + 3$$
$$7 = 3a$$
$$a = \frac{7}{3}.$$

Une autre démarche consisterait à calculer le taux de variation entre le sommet (2, 3) et le point (5, 10).

b) Équation : il existe une infinité d'équations possibles. L'information fournie n'est pas suffisante pour déterminer une équation : il faudrait, par exemple, connaître aussi la valeur du paramètre k.

c) Équation : $f(x) = \frac{^-1}{2}|x + 2| + 3$

On connaît la valeur du paramètre h, car l'équation de l'axe de symétrie est fournie. Donc, l'équation est $f(x) = a|x + 2| + k$.

Ensuite, on peut calculer le taux de variation entre les points ($^-10$, $^-1$) et ($^-6$, 1) qui sont situés sur la branche de gauche du graphique de la fonction. On obtient alors :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-1 - 1}{^-10 - {}^-6}$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-2}{^-4}$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2},$$

Étant donné que c'est la pente de la branche de gauche, la valeur du paramètre a est opposée ; donc, $a = \frac{^-1}{2}$.

Finalement, on peut remplacer les valeurs de x et de y par les coordonnées d'un des points par lequel passe le graphique de la fonction. En utilisant le point ($^-6$, 1), on obtient donc :

$$1 = \frac{^-1}{2}|{}^-6 + 2| + k$$
$$1 = \frac{^-1}{2}|{}^-4| + k$$
$$1 = \frac{^-1}{2}(4) + k$$
$$1 = {}^-2 + k$$
$$3 = k.$$

d) Équation : $f(x) = \frac{2}{3}\left|x - 1,5\right| - 3$

En utilisant la symétrie de la fonction valeur absolue, on peut calculer la valeur du paramètre h qui est au milieu des deux zéros de la fonction.

Donc, $h = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$h = \frac{^-3 + 6}{2}$

$h = \frac{3}{2}$.

Pour l'instant, l'équation est $f(x) = a\left|x - 1,5\right| + k$.

Ensuite, on peut calculer le taux de variation entre les points $(^-3, 0)$ et $(0, ^-2)$ qui sont situés sur la branche de gauche du graphique de la fonction. On obtient alors :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - \ ^-2}{^-3 - 0}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{^-3}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{^-2}{3}.$$

Étant donné que c'est la pente de la branche de gauche, la valeur du paramètre a est opposée ; donc, $a = \frac{2}{3}$.

Finalement, on peut remplacer les valeurs de x et de y par les coordonnées d'un des points par lequel passe le graphique de la fonction. En utilisant le point $(^-3, 0)$, on obtient donc :

$$0 = \frac{2}{3}\left|^-3 - 1,5\right| + k$$

$$0 = \frac{2}{3}\left|^-4,5\right| + k$$

$$0 = \frac{2}{3}(4,5) + k$$

$$0 = 3 + k$$

$$^-3 = k.$$

e) Il existe une infinité d'équations possibles, car l'information fournie n'est pas suffisante pour déterminer une équation : il faudrait, par exemple connaître aussi la valeur du paramètre k.

f) Équation : $f(x) = \frac{{}^{-}3}{8}\left|x - 3\right| - 1$

On connaît la valeur des paramètres h et k, car on donne l'intervalle de croissance et le maximum de la fonction. L'équation est donc $f(x) = a\left|x - 3\right| - 1$. Ensuite, on peut remplacer les valeurs de x et de y par les coordonnées du point $({}^{-}5, {}^{-}4)$ par lequel passe le graphique de la fonction. On obtient alors :

$${}^{-}4 = a\left|{}^{-}5 - 3\right| - 1$$

$${}^{-}4 = a\left|{}^{-}8\right| - 1$$

$${}^{-}4 = 8a - 1$$

$${}^{-}3 = 8a$$

$$a = -\frac{3}{8}.$$

Une autre démarche consisterait à calculer le taux de variation entre le sommet $(3, {}^{-}1)$ et le point $({}^{-}5, {}^{-}4)$.

g) Équation : $f(x) = 4\left|x + 3\right| - 4$

En traçant les trois points dans un plan cartésien, on remarque que les points $({}^{-}6, 8)$ et $({}^{-}4, 0)$ sont sur la branche de gauche. On peut donc trouver la valeur du paramètre a. On obtient alors :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 0}{{}^{-}6 - {}^{-}4}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{{}^{-}2}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = {}^{-}4.$$

Étant donné que c'est la pente de la branche de gauche, la valeur du paramètre a est opposée ; donc, $a = 4$.

Pour trouver les coordonnées du sommet et, du même coup, la valeur des paramètres h et k, il faut trouver l'intersection des deux branches de la fonction valeur absolue. Dans les deux cas, on connaît le taux de variation ; il ne manque que l'ordonnée à l'origine pour trouver ces équations sous la forme $y = a\,x + b$.

Branche de droite : taux de variation $= 4$ et la branche passe par le point $(1, 12)$, alors :

$$12 = 4(1) + b$$

$$12 = 4 + b$$

$$8 = b.$$

L'équation de cette branche est donc : $y = 4x + 8$.

Branche de gauche : taux de variation $= {}^{-}4$ et la branche passe par le point $({}^{-}4, 0)$, alors :

$$0 = {}^{-}4({}^{-}4) + b$$

$$0 = 16 + b$$

$${}^{-}16 = b.$$

L'équation de cette branche est donc $y = {}^{-}4x - 16$.

Branche de gauche : taux de variation $= -4$ et la branche passe par le point $(-4, 0)$, alors :

$0 = -4(-4) + b$

$0 = 16 + b$

$-16 = b.$

L'équation de cette branche est donc $y = -4x - 16.$

Par comparaison, l'intersection de ces deux branches est :

$4x + 8 = -4x - 16$

$8x = -24$

$x = -3.$

Et en remplaçant x par cette valeur, on obtient la valeur de l'ordonnée :

$y = 4(-3) + 8$

$y = -12 + 8$

$y = -4.$

Les coordonnées du sommet sont : $(-3, -4)$.

2ᵉ temps

Les équations obtenues peuvent être différentes de celles du corrigé, puisqu'elles peuvent avoir un paramètre **b** dont la valeur diffère de 1.

Pour trouver une équation à partir d'informations, il est utile de faire une esquisse de la fonction.

S'il est possible de calculer la pente d'une des deux branches de la fonction, on pose que $b = 1$. La valeur du paramètre a correspond à la pente de la branche de droite et la pente de la branche de gauche correspond à $-a$. On remplace ensuite (h, k) par les coordonnées du sommet de la fonction.

Il est également possible de remplacer (h, k) par les coordonnées du sommet de la fonction et (x, y) par celles d'un point autre que le sommet dans l'équation $y = a|x - h| + k$. On isole ensuite le paramètre a.

Les démarches utilisées sont équivalentes.

3ᵉ temps

Les équations à trois paramètres sont uniques, tandis qu'il existe une infinité d'équations possibles pour celles à quatre paramètres.