# CORRIGÉ REVISION DE MI-ANNÉE

**2- Clé de correction**

| | |
|---|---|
| 1 | B |
| 2 | D |
| 3 | A |
| 4 | D |
| 5 | D |
| 6 | B |
| 7 | A |
| 8 | B |
| 9 | A |
| 10 | B |
| 11 | A |
| 12 | A |
| 13 | Le volume sera de 4,8 litres dans 8,14 heures.<br>Accepter tous résultats dans [8,14 ; 8,15]. |
| 14 | L'ensemble-solution est ]-3, 4[. |
| 15 | L'ensemble-solution de cette inéquation est [-1, 7]. |

$\boxed{16}$ Exemple d'une démarche appropriée

$$\log_2 (x^2 + 5) - \log_2 5 = \log_2 6$$
$$\log_2 \frac{(x^2 + 5)}{5} = \log_2 6$$
$$\frac{x^2 + 5}{5} = 6$$
$$x^2 + 5 = 30$$
$$x^2 = 25$$
$$x = -5 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

Résultat $x = -5$ ou $x = 5$

$\boxed{17}$ Exemple d'une démarche appropriée

$f(x) = 200 \times (1{,}04)^5$
$f(x) = 243{,}33$ \$

Résultat 243,33 $

$\boxed{18}$ Exemple d'une démarche appropriée

Valeur du paramètre i

$C_o = 2000$
$C(t) = C_o(1 + i)^t$
$2662 = 2000(1 + i)^3$
$1{,}331 = (1 + i)^3$
$1{,}1 = 1 + i$
$0{,}1 = i$
$C(t) = 2000(1{,}1)^t$

Valeur au bout de 10 ans

$C(10) = 2000(1{,}1)^{10} \approx 5187{,}4849$

Résultat Au bout de 10 ans, la valeur du placement de Mélanie sera de 5187,48 $.

$\boxed{19}$ Exemple d'une démarche appropriée

$$2000 \times 2^t = 2\ 048\ 000 \times 0{,}5^t$$
$$2^t = \frac{2\,048\,000}{2000} \times 0{,}5^t$$
$$2^t = 1024 \times 0{,}5^t$$
$$t \log 2 = t \log 0{,}5 + \log 1024$$
$$t \log 2 = -t \log 2 + \log 1024$$
$$2t \log 2 = \log 1024$$
$$2t = \frac{\log 1024}{\log 2} = 10$$
$$2t = 10$$
$$t = 5$$

Résultat Les deux populations comptent le même nombre de bactéries après 5 jours.

$\boxed{20}$ Exemple d'une démarche appropriée

$x$ : nombre de jours écoulés depuis le départ
$f(x)$ : nombre d'insectes après $x$ jours

$$f(x) = 25(1{,}3)^{\frac{x}{7}}$$
$$20\ 425 = 25(1{,}3)^{\frac{x}{7}}$$
$$817 = (1{,}3)^{\frac{x}{7}}$$
$$\frac{x}{7} = \log_{1,3} 817$$
$$x = \frac{7 \log 817}{\log 1{,}3}$$
$$x \approx 178.91$$

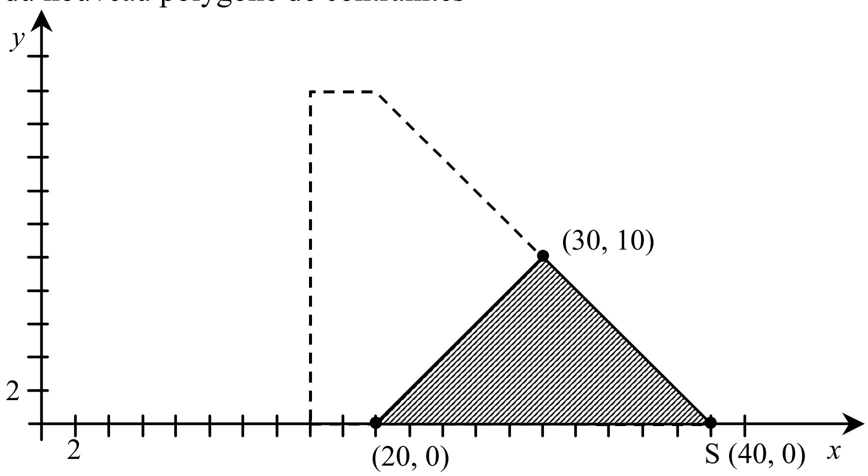
Résultat On dénombrera 20 425 insectes après 179 jours.

21 Exemple d'une démarche appropriée

Revenu maximal possible avant l'ajout

| Sommet | Revenu : $8x + 9{,}50\,y$ |
|---|---|
| P (16, 0) | 8 (16) + 9,50 (0) = 128 $ |
| Q (16, 20) | 8 (16) + 9,50 (20) = 318 $ |
| R (20, 20) | 8 (20) + 9,50 (20) = 350 $ ← revenu maximal |
| S (40, 0) | 8 (40) + 9,50 (0) = 320 $ |

Sommets du nouveau polygone de contraintes




Revenu maximal possible après l'ajout

| Sommet | Revenu : $8x + 9{,}50\,y$ |
|---|---|
| (20, 0) | 8 (20) + 9,50 (0) = 160 $ |
| (30, 10) | 8 (30) + 9,50 (10) = 335 $ ← revenu maximal |
| S (40, 0) | 8 (40) + 9,50 (0) = 320 $ |

L'écart entre les revenus maximaux possibles

350 $ – 335 $ = 15 $

Résultat Le revenu maximal possible de Jonathan diminue de **15** $ en ajoutant cette nouvelle contrainte.

22

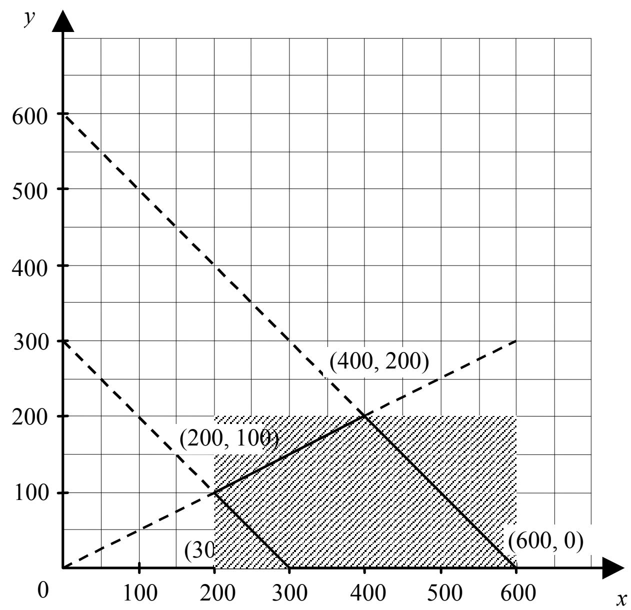
Exemple d'une démarche appropriée

Soit $x$ : le nombre de calendriers muraux
$y$ : le nombre de calendriers de bureau

Mathématisation des contraintes

$x \geq 0$ $y \geq 0$ $x + y \geq 300$ $x + y \leq 600$ $x \geq 2y$

Polygone de contraintes et coordonnées des sommets




Équation de la fonction à optimiser

$P = 2x + 0{,}5y$

Évaluation de la fonction à optimiser pour chacun des sommets

| Sommets | $P = 2x + 0{,}5y$ |
|---|---|
| (200, 100) | 450 |
| (300, 0) | 600 |
| (400, 200) | 900 |
| (600, 0) | 1200 |

Résultat Les scouts devront vendre 600 calendriers muraux et 0 calendrier de bureau.

23 Exemple d'une démarche appropriée

Équation de la fonction racine carrée

$$R(x) = a\sqrt{x - h} + k$$

$$5 = a\sqrt{10 - 1} - 4$$

$$5 = 3a - 4$$

$$5 + 4 = 3a$$

$$3 = a$$

$$R(x) = 3\sqrt{x - 1} - 4$$

Zéro de la fonction

$$R(x) = 3\sqrt{x - 1} - 4$$

$$0 = 3\sqrt{x - 1} - 4$$

$$4 = 3\sqrt{x - 1}$$

$$\frac{4}{3} = \sqrt{x - 1}$$

$$\frac{16}{9} = x - 1$$

$$x = \frac{25}{9}$$

$$x \approx 2{,}8$$

Résultat La compagnie commence à réaliser des profits après 2,8 mois.
Accepter un résultat dans [2,7; 3].

24

Exemple d'une démarche appropriée

Recherche des règles de la forme

$$y = \mathrm{a}\sqrt{\mathrm{b}(x - h)} + k$$

Fonction 1 : $(h, k) = (0, 3)$
$(x, y) = (4, 1)$

Posons b = 1

$$1 = \mathrm{a}\sqrt{1(4 - 0)} + 3$$
$$\mathrm{a}\sqrt{4} = -2$$
$$\mathrm{a} = -1$$
$$y = -\sqrt{x} + 3$$

Fonction 2 : $(h, k) = (2, 0)$
$(x, y) = (6, 2)$

Posons b = 1

$$2 = \mathrm{a}\sqrt{1(6 - 2)} + 0$$
$$\mathrm{a}\sqrt{4} = 2$$
$$\mathrm{a} = 1$$
$$y = \sqrt{x - 2}$$

Recherche du temps à l'intersection

$$-\sqrt{x} + 3 = \sqrt{x - 2}$$
$$\left(-\sqrt{x} + 3\right)^2 = \left(\sqrt{x - 2}\right)^2$$
$$x - 6\sqrt{x} + 9 = x - 2$$
$$-6\sqrt{x} = -11$$
$$\sqrt{x} = \frac{11}{6}$$
$$x \approx 3{,}6$$

Durée recherchée

$$3{,}36 - 2 = 1{,}36$$

Résultat Le 2e projectile sera plus haut que le 1er projectile après 1,36 seconde.

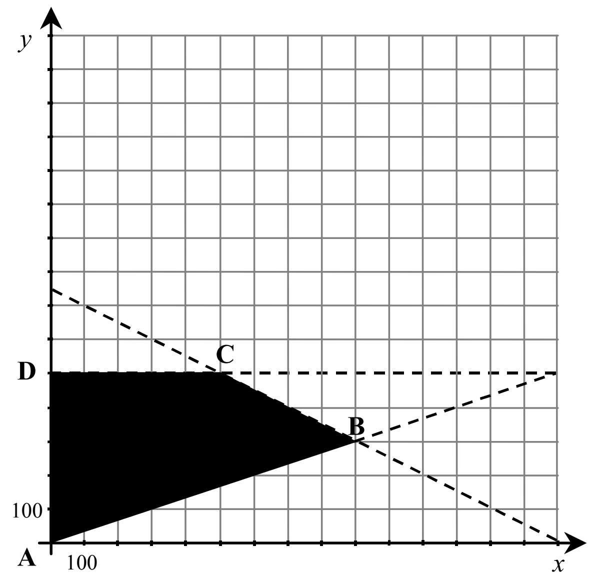
25

Exemple d'une démarche appropriée

Contraintes
$x \geq 0$
$y \geq 0$
$50x + 100y \leq 75\,000$
$x \leq 3y$
$y \leq 500$

Fonction à optimiser : R = $2x + 3{,}5y - 850$

Polygone de contraintes →




Optimisation :

| Sommets | R = $2x + 3{,}5y - 850$ |
|---|---|
| A(0, 0) | -850 $ |
| B(900, 300) | 2 000 $ |
| C(500, 500) | 1 900 $ |
| D(0, 500) | 900 $ |

Résultat Le profit maximal que l'équipe peut espérer faire avec la vente des tablettes de chocolat est 2 000 $.

**Note** L'élève qui utilise une stratégie pertinente pour représenter graphiquement le système de contraintes montre une compréhension partielle du problème.

26

Exemple d'une démarche appropriée

Règle de la fonction

$f(x) = 0{,}45(1 + \mathrm{i})^x$ au point (30, 2,31)

$2{,}31 = 0{,}45\,(1 + \mathrm{i})^{30}$

$5{,}1\overline{3} = (1 + \mathrm{i})^{30}$

$(5{,}1\overline{3})^{1/30} = (1 + \mathrm{i})$

$1{,}056 \approx (1 + \mathrm{i})$

$f(x) \approx 0{,}45(1{,}056)^x$

Prix d'une boîte en 2010

$x = 2010 - 1970$

$x = 40$

$f(40) \approx 0{,}45(1{,}056)^{40}$

$f(40) \approx 3{,}98$

Résultat Le prix d'une boîte en 2010 sera 3,98 $.

27 Après 4 secondes

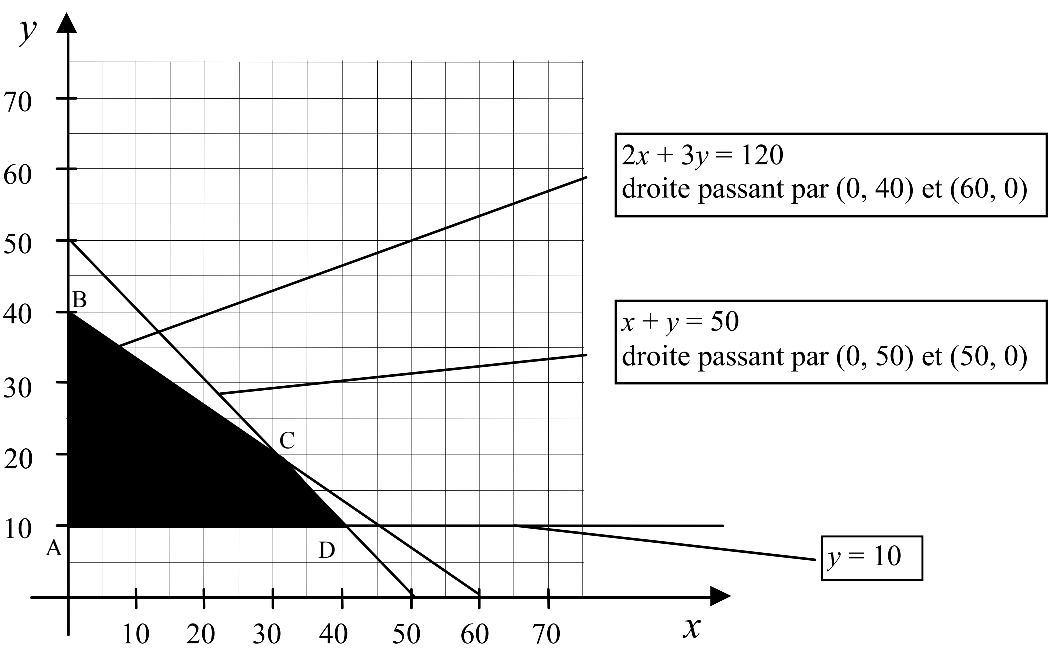
28 26 mètres

29 Exemple d'une démarche appropriée

Soit $x$ : le nombre de vases
$y$ : le nombre de sucriers

Système de contraintes : $x \geq 0$ et $y \geq 0$
$y \geq 10$
$2x + 3y \leq 120$
$x + y \leq 50$

Représentation graphique des contraintes




Fonction économique (à maximiser) : $10x + 14y$

Coordonnées des sommets du polygone de contraintes
A(0, 10) B(0, 40) C(30, 20) D(40, 10)

| Sommets | Valeur de la fonction à maximiser $10x + 14y$ |
|---|---|
| A(0, 10) | $10 \times 0 + 14 \times 10 = 140$ |
| B(0, 40) | $10 \times 0 + 14 \times 40 = 560$ |
| C(30, 20) | $10 \times 30 + 14 \times 20 = 580$ |
| D(40, 10) | $10 \times 40 + 14 \times 10 = 540$ |

Résultat Cynthia doit peindre 30 vases et 20 sucriers.