Nom : ______________________________

Groupe : ______________ Date : ____________

BANQUE DE PROBLÈMES

1 **LA COURSE D'ORIENTATION** Afin de planifier ses déplacements entre trois balises, une personne représente leur position dans un plan cartésien gradué en kilomètres. À la suite de cette représentation, elle remarque que :

- les coordonnées de la balise A sont (1, 2) ;
- les composantes du vecteur associé au déplacement de la balise A vers la balise B sont (6, 8) ;
- la norme du vecteur associé au déplacement de la balise B vers la balise C est 12 km et son orientation est de 30°.

a) Quelles sont les coordonnées de la balise C ?

____

b) Déterminez la norme et l'orientation du vecteur associé au déplacement de la balise A vers la balise C.

____

2 **LA RÉSOLUTION** La démarche ci-dessous permet de résoudre l'équation trigonométrique $5 \cos A - 2 = \sin^2 A - \cos^2 A$

① $5 \cos A - 2 = \sin^2 A - \cos^2 A$

② $5 \cos A - 2 = 1 - \cos^2 A - \cos^2 A$

③ $2 \cos^2 A + 5 \cos A - 3 = 0$

④ $2 \cos^2 A + 6 \cos A - \cos A - 3 = 0$

⑤ $(2 \cos A - 1)(\cos A + 3) = 0$

a) Expliquez comment il est possible de passer d'une étape à l'autre de cette démarche.

____

____

____

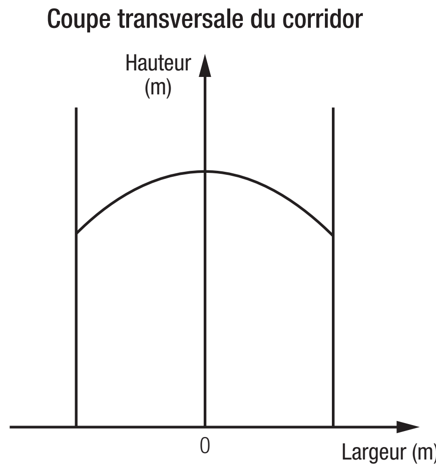
____

____

b) Complétez la résolution de cette équation.

____

3 **LE TOIT VOÛTÉ** Dans un magasin à rayons, le plafond d'un corridor a la forme d'une voûte parabolique. Le graphique suivant illustre une coupe transversale du corridor.



Le foyer de la courbe associée au plafond est situé sur le sol, la hauteur maximale du plafond est de 4 mètres et la hauteur des murs est de 3 mètres.

a) Établissez l'équation de la parabole associée au plafond de ce corridor.

____

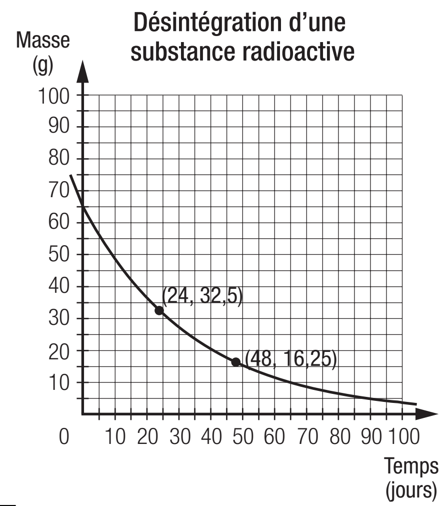
b) Déterminez la largeur du corridor.

____

4 **LES BALEINES À BOSSE** Pendant 24 mois, des océanographes compilent des données sur la masse moyenne d'une population de baleines à bosse. Ils ont observé que celle-ci varie selon la fonction $m(t) = 25 \sin \frac{\pi t}{12} + 80$, où t représente le temps écoulé (en mois) depuis le début des observations et $m(t)$ représente la masse moyenne (en tonnes) d'une baleine à bosse. Pendant la période d'observation, déterminez à quels moments la masse moyenne d'une baleine à bosse était exactement de 100 tonnes.

____

5 **LA RADIOACTIVITÉ** Le graphique ci-contre illustre la diminution exponentielle de la masse d'une substance radioactive selon le temps écoulé (en jour) depuis le début de sa désintégration. L'équation de la courbe illustrée est de la forme $y = \text{a(base)}^x$.



a) Déterminez la règle de la fonction qui permet de calculer le temps écoulé selon la masse restante de cet élément.

b) S'il reste 4 g de substance, combien de temps s'est-il écoulé à la seconde près ?

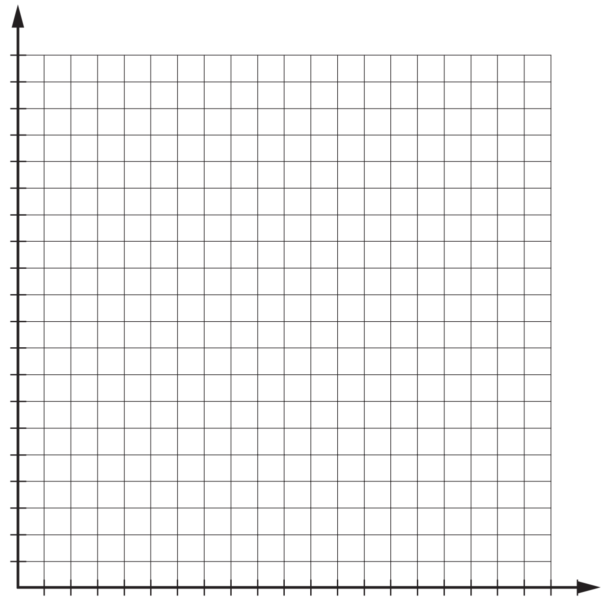
c) Combien de temps après le début de la désintégration cette substance aura-t-elle perdu 75 % de sa masse ?

6 **L'ACROBATIE AÉRIENNE** Lors d'une manœuvre d'acrobatie aérienne, chacun des deux avions concernés doit suivre une trajectoire précise. La trajectoire de l'avion ① correspond à la courbe d'équation $y_1 = 1500(0{,}9915)^x$ et celle de l'avion ②, à la courbe d'équation $y_2 = 2000(0{,}9915)^{800 - x}$, où y représente l'altitude (en m) des avions et x, leur position horizontale (en m).

Déterminez à quelle altitude les deux avions se croiseront.

7 **LA SEMENCE** Afin d'obtenir une qualité supérieure de gazon, un jardinier ensemence uniformément un terrain avec deux types de graines. Il établit que chaque centimètre carré de terrain doit recevoir au moins 25 graines et au plus 40 graines de type A, au plus 30 graines de type B, au plus deux fois plus de graines de type A que de graines de type B et au plus 60 graines au total.

Un sac de graines de type A contient 1 million de graines et coûte 20 $, et un sac de graines de type B contient 1,5 million de graines et coûte 28 $.



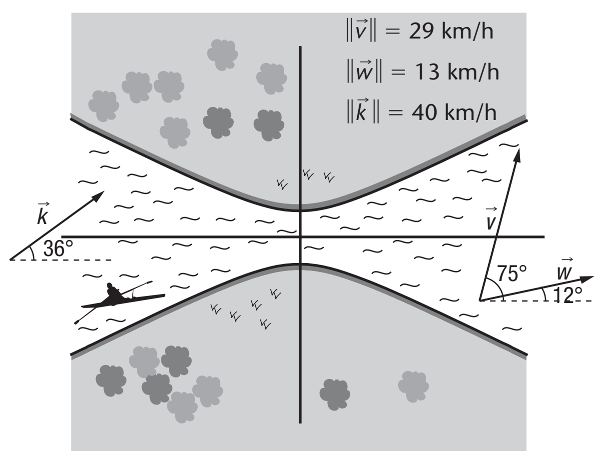
Déterminez le nombre de graines de chaque type à semer dans un centimètre carré de terrain pour que le coût d'ensemencement d'un centimètre carré soit minimal.

---

8 **LE KAYAK** Un kayakiste s'apprête à traverserun canyon représenté dans un plan cartésien gradué en kilomètres par une hyperbole d'équation $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$.

Sur le schéma ci-contre, $\vec{v}$ représente la vitesse du vent, $\vec{w}$, la vitesse du courant et $\vec{k}$, la vitesse du kayakiste.

Sachant que la vitesse résultante du kayakiste correspond à la somme des vecteurs, $\vec{k}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, déterminez si le kayakiste pourra traverser le canyon sans heurter les parois.



---

9 **LA BONBONNE DE PROPANE** À la suite de l'ouverture d'une bonbonne de propane, la masse y de gaz (en g) présente à l'intérieur diminue selon la règle $y = 10\,000(0{,}99)^{2x}$, où x représente le temps écoulé (en s) depuis l'ouverture.

a) Quelle est la masse de gaz dans la bonbonne avant son ouverture ?

____

b) Après combien de temps la masse a-t-elle diminué de moitié ?

____

c) Pendant combien de temps la masse de propane dans la bonbonne est-elle d'au moins 50 g ?

____

d) La bonbonne est considérée comme vide lorsqu'elle contient 1 g ou moins de propane. Après combien de temps peut-on considérer que la bonbonne est vide ?

____

10 **LE TAUX DE TAXATION** Le conseil municipal d'une ville instaure un nouveau règlement pour le calcul du taux de taxation. Le taux y (en %) est calculé selon la règle $y = 0{,}1|x - 6| + 0{,}8$, où x correspond au temps écoulé (en années) depuis l'application de ce règlement.

a) Quel est le taux de taxation au moment de mettre ce règlement en application ?

____

b) À quel moment le taux sera-t-il de 1,3 % ?

____

c) Pendant combien de temps le taux de taxation est-il à inférieur ou égal à 1,11 % ?

____

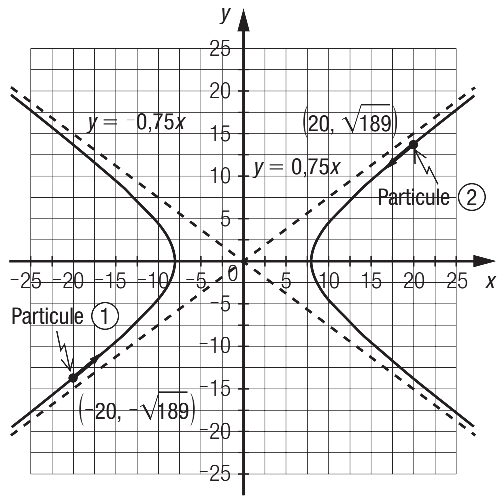
Nom : ____________________

Groupe : __________ Date : __________

(*suite*)

11 **LA RÉPULSION** Lors d'une expérience en physique, on propulse l'une vers l'autre avec la même vitesse deux particules chargées d'électricité statique. On a représenté la position initiale des particules ainsi que leur trajectoire dans le plan cartésien ci-dessous gradué en micromètres.

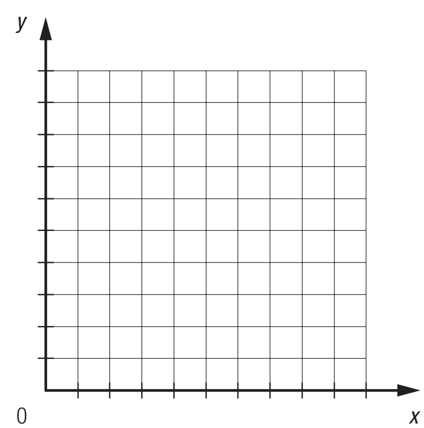
Trajectoires de deux particules



Sachant que la trajectoire de chaque particule correspond à l'une des branches de la même hyperbole centrée à l'origine, déterminez la distance minimale qui sépare les deux particules.

____

12 **LES VAGUES** À la suite du passage d'un bateau sur un lac, une série de vagues fait osciller une bouée. La hauteur de la bouée (en cm) par rapport au fond du lac varie selon la règle $h(x) = 45 \sin 4(x - \pi) + 90$, où x correspond au temps écoulé (en s) depuis le passage du bateau.



a) Dans le plan cartésien ci-contre, représentez graphiquement cette situation pour les 3 premières secondes.

b) À quelle hauteur du fond du lac se trouve la bouée juste au moment où passe le bateau ?

____

c) Au cours des trois premières secondes, à quels moments la bouée atteint-elle sa hauteur maximale ?

____

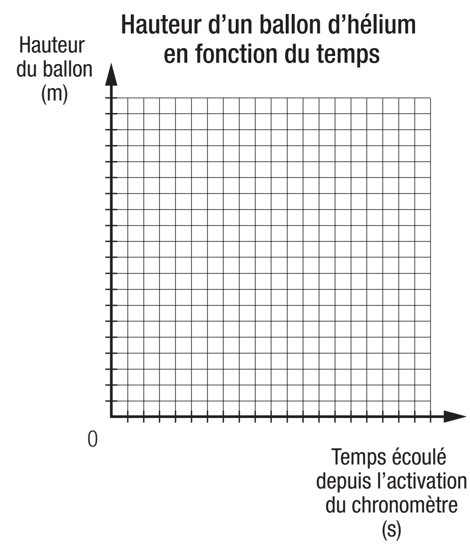
13 **LE BALLON D'HÉLIUM** Une personne retient un ballon d'hélium à 2 m du sol. Cette personne active un chronomètre et lâche le ballon 5 s après. Neuf secondes plus tard, le ballon se trouve à une hauteur de 35 m. À partir du moment où le ballon est lâché, sa hauteur varie en fonction du temps selon une fonction racine carrée.

a) Établissez la règle de la fonction associée à la situation.

____

b) Représentez graphiquement cette situation à partir du moment où le chronomètre est activé.

c) Pendant combien de temps le ballon sera-t-il à une hauteur inférieure ou égale à 105 m ?



____

14 **LA DÉMONSTRATION** À l'aide des identités trigonométriques ci-contre, démontrez que :

$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \sin B \cos A$
$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$

a) $\sin = \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

b) $\cos = \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

15 **LA CONCENTRATION** Dans un mélange contenant initialement 3 mol de solvant et 0,5 mol de soluté, on déverse continuellement du solvant au rythme de 0,15 mol/min et du soluté au rythme de 0,09 mol/min. De plus, 1 mol de solvant occupe un volume de 10 L et 1 mol de soluté, un volume de 6 L.

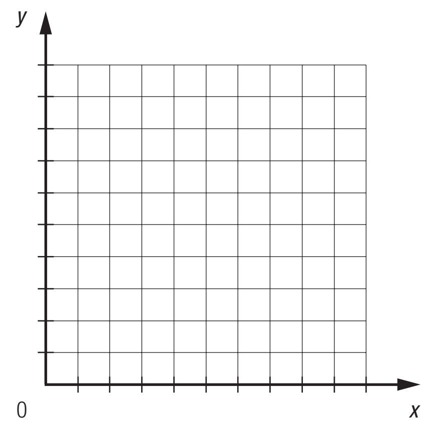
Sachant que la concentration correspond au rapport $\frac{\text{quantité } Q \text{ de soluté (mol)}}{\text{volume } V \text{ du mélange (en L)}}$, démontrez que la concentration du mélange augmentera et se rapprochera sans cesse de $\frac{3}{68}$ mol/L, sans jamais l'atteindre.

---

16 **LA COURSE AUTOMOBILE** Lors d'une course automobile, un audiologiste enregistre l'intensité I du son (en dB) provenant des bolides en fonction du temps t écoulé (en min) depuis le début de la course. Voici le résumé des données recueillies :

Résumé des données

Intensité initiale (dB)	156
Intensité maximale (dB)	156
Intensité minimale (dB)	102
Temps écoulé entre deux minimums d'intensité (min)	4
Type de courbe s'ajustant à toutes les données	Sinusoïde



De plus, le seuil de douleur de l'oreille humaine est de 130 dB et la course dure 90 min.

a) Dans le plan cartésien ci-dessus :

1) représentez la fonction $I(t)$ pour les 18 premières minutes de la course ;

2) indiquez l'ensemble des moments où une personne se trouvant au même endroit que l'audiologiste devrait ressentir de la douleur.

b) Calculez la durée totale pendant laquelle une personne se trouvant au même endroit que l'audiologiste devrait ressentir de la douleur.

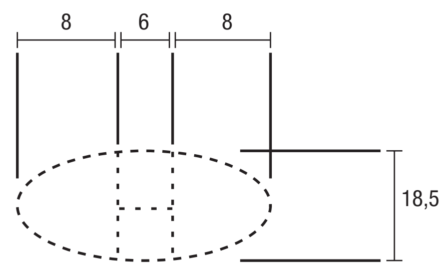
17 **LE LOGO** Une entreprise d'articles promotionnels doit coudre le logo des Canadiens de Montréal sur des chandails. Les figures ci-contre indiquent de quelle façon seront cousus les logos.

Le fil utilisé pour coudre le « C » est rouge et est cousu selon une ellipse et celui pour coudre le « H » est blanc. Les fils cousus forment une figure symétrique selon un axe horizontal et selon un axe vertical.

Quelle est la longueur du fil blanc nécessaire pour coudre un de ces logos ?

Logo

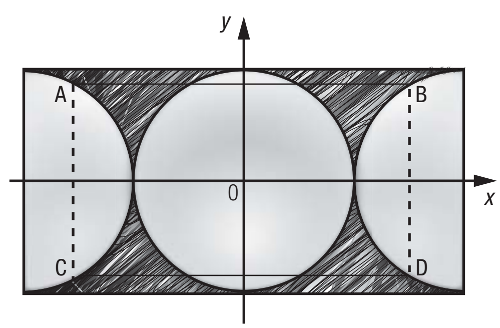
Fils cousus



---

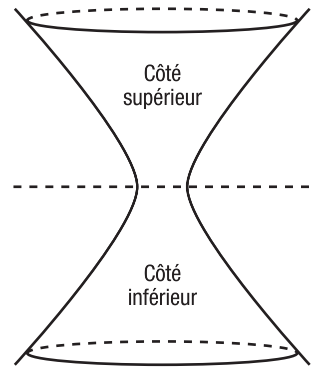
18 **LA BOUCLE DE CEINTURE** Sur la boucle de ceinture rectangulaire illustrée dans le plan cartésien ci-contre, on trouve un cercle centré à l'origine et tangent aux deux branches d'une hyperbole. La base de la boucle mesure 8 cm et sa hauteur, 4 cm. De plus, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ et m $\overline{AB}$ = m $\overline{CD}$ = 6 cm.

Déterminez la mesure de $\overline{BD}$.



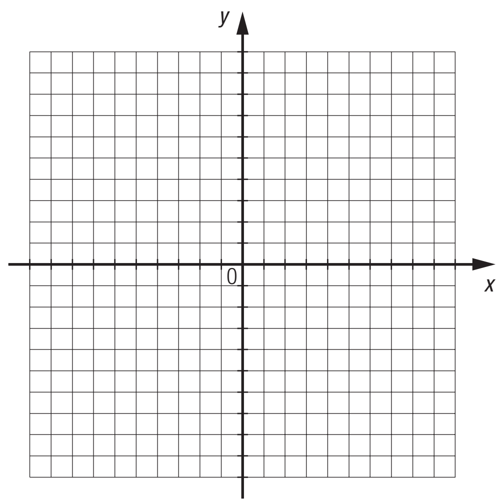
---

19 **LE SABLIER** Voici des renseignements à propos du sablier hyperbolique illustré ci-contre :



Hauteur : 10,5 cm
Largeur au centre : 2,5 cm
Largeurs supérieure et inférieure : 14 cm

a) Représentez dans le plan cartésien ci-dessous la coupe transversale de ce sablier.



b) Pour bien visualiser la hauteur maximale du sable, on veut poser une ligne autocollante rouge faisant le tour de chaque côté du sablier. Calculez la longueur d'un de ces autocollants sachant que la hauteur maximale de sable correspond à 85 % de la hauteur d'un des côtés du sablier.

Nom : ______________________________

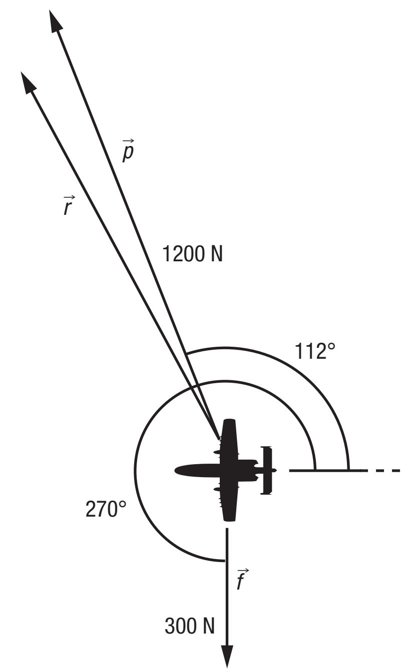
Groupe : ________________ Date : ____________

BANQUE DE PROBLÈMES

(*suite*)

20 **L'INFLUENCE DU VENT** Voici des renseignements concernant les forces exercées sur un avion :

- Ses moteurs lui fournissent une poussée $\vec{p}$.
- Le vent lui oppose une force de frottement $\vec{f}$.
- La force résultante (en N) exercée sur l'avion correspond à $\vec{p} + \vec{f}$.
- Le déplacement $\vec{d}$ (en m) de l'avion a la même orientation que $\vec{r}$.
- Le travail W (en J) effectué par l'avion correspond à $\vec{p} \bullet \vec{d}$.



Le schéma ci-contre illustre cette situation.

Le vent change de direction et oppose maintenant une force de 250 N orientée à 300°.

a) Pour un déplacement de 100 m, le travail effectué par l'avion augmentera-t-il ou diminuera-t-il si celui-ci modifie sa poussée de façon à garder la même force résultante $\vec{r}$? Expliquez votre réponse.

____

____

____

b) Quelle relation (orthogonalité, colinéarité, etc.) doit-il y avoir entre les vecteurs $\vec{f}$ et $\vec{p}$ pour que le travail effectué par l'avion corresponde à $\|\vec{p}\| \times \|\vec{d}\|$? Expliquez votre réponse.

____

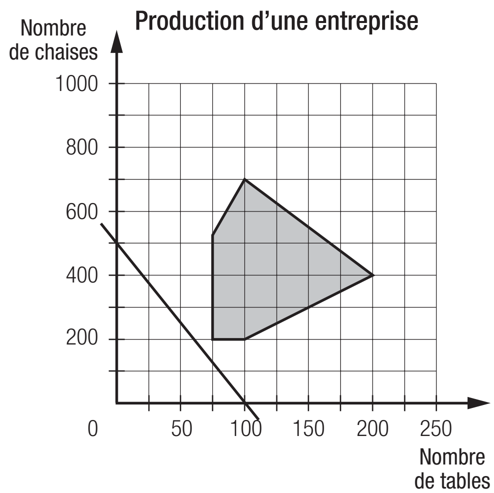
____

____

21 **DES TABLES ET DES CHAISES** Une entreprise fabrique des tables et des chaises. Chaque table coûte 75 $ à fabriquer et se vend 125 $, tandis que chaque chaise coûte 25 $ à fabriquer et se vend 35 $.

Les contraintes entourant la production hebdomadaire de cette entreprise sont traduites par le système d'inéquations ci-contre. Le graphique ci-dessous représente le polygone de contraintes ainsi qu'une droite baladeuse associée à la fonction à optimiser.

$x \geq 75$
$y \geq 200$
$y \leq 7x$
$y \geq 2x$
$75x + 125y \leq 25\ 000$



a) Traduisez les contraintes en mots, en tenant compte du contexte.

____

____

____

____

____

b) Dans ce contexte, que permet de calculer la fonction à optimiser ? Expliquez votre réponse.

____

____

____

c) Combien de tables et de chaises faut-il fabriquer pour engendrer le maximum de la fonction à optimiser ?

____