

Devoir Fonction tangente zéros et équations

1.

Corrigé, p. 313

CORRIGÉ

$$f(x) = 4 \tan(2(x + \pi)) - 3.$$

1) Période: $P = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{|2|} = \frac{\pi}{2}$.

2) Équations des asymptotes: $x = \left(h + \frac{P}{2}\right) + n \cdot P = \left(-\pi + \frac{\pi}{4}\right) + n \cdot \frac{\pi}{2}$ $x = -\frac{3\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = (-\pi, -3)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \left(h + \frac{P}{2}\right) + n \cdot P, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$
 $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est croissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab > 0$.

6) Ordonnée à l'origine: $f(0) = 4 \tan(2(0 + \pi)) - 3 = -3$.

7) Zéros: $x = -2,8198 + n \cdot \frac{\pi}{2}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = 4 \tan(2(x + \pi)) - 3 = 0$$

$$\tan(2(x + \pi)) = \frac{3}{4}$$

$$2(x + \pi) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 0,6435$$

$$x = -2,819842 \text{ (ou } -2,819842 + 2 \cdot \frac{\pi}{2} \approx 0,3218).$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left[-0,3218 + n \cdot \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}\right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left[\frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}, 0,3218 + n \cdot \frac{\pi}{2}\right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

b) $f(x) = \frac{1}{2} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

1) Période: $P = \pi$.

2) Équation des asymptotes: $x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est croissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab > 0$.

6) Ordonnée à l'origine: $f(0) = \frac{1}{2} \tan\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

7) Zéros: $x = -\frac{\pi}{4} + n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = \frac{1}{2} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

$$x + \frac{\pi}{4} = 0$$

$$x = -\frac{\pi}{4}$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{4} + n \cdot \pi, \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi\right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left[-\frac{3\pi}{4} + n \cdot \pi, -\frac{\pi}{4} + n \cdot \pi\right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Devoir Fonction tangente zéros et équations

c) $f(x) = 3 \tan(-2(x - \pi)) - 5$.

1) Période: $P = \frac{\pi}{2}$.

2) Équation des asymptotes: $x = \frac{5\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = (\pi, -5)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2}, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est décroissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab < 0$.

6) Ordonnée à l'origine: $f(0) = 3 \tan(-2(0 - \pi)) - 5 = -5$.

7) Zéros: $x = 2,6264 + n \cdot \frac{\pi}{2}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = 3 \tan(-2(x - \pi)) - 5 = 0$$

$$\tan(-2(x - \pi)) = \frac{5}{3}$$

$$-2(x - \pi) = \arctan\left(\frac{5}{3}\right) = 1,0304$$

$$x = 2,6264.$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left] 1,8410 + n \cdot \frac{\pi}{2}, 2,6264 + n \cdot \frac{\pi}{2} \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left] 2,6264 + n \cdot \frac{\pi}{2}, 3,4118 + n \cdot \frac{\pi}{2} \right[$ où $n \in \mathbb{Z}$.

d) $f(x) = \tan\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$.

1) Période: $P = \pi$.

2) Équation des asymptotes: $x = 2\pi + n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = \left(\frac{3\pi}{2}, 1\right)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \{ \pi + n \cdot \pi, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est croissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab > 0$.

6) Ordonnée à l'origine: indéterminée.

7) Zéros: $x = \frac{5\pi}{4} + n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = \tan\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1 = 0$$

$$x - \frac{3\pi}{2} = \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{5\pi}{4}.$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left[\frac{5\pi}{4} + n \cdot \pi, \frac{7\pi}{4} + n \cdot \pi \right[$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left] \frac{3\pi}{4} + n \cdot \pi, \frac{5\pi}{4} + n \cdot \pi \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Devoir Fonction tangente zéros et équations

e) $f(x) = -\tan(3x)$.

1) Période: $P = \frac{\pi}{3}$.

2) Équation des asymptotes: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = (0, 0)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} \cdot n \cdot \pi, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est décroissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab < 0$.

6) Ordonnée à l'origine: $f(0) = -\tan(3 \cdot 0) = 0$.

7) Zéros: $x = n \cdot \frac{\pi}{3}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = -\tan(3x) = 0$$

$$x = 0.$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, \frac{\pi}{3}n \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left] \frac{\pi}{3}n, \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

f) $f(x) = -5 \tan\left(\frac{3}{2}(x + 4\pi)\right) - 2$.

1) Période: $P = \frac{2\pi}{3}$.

2) Équation des asymptotes: $x = -\frac{11\pi}{3} + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

3) Coordonnées du point milieu d'un cycle: $(h, k) = (-4\pi, -2)$.

4) Domaine: $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{11\pi}{3} + n \cdot \frac{2\pi}{3}, \text{ où } n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Image: \mathbb{R} .

5) Croissance et décroissance: La fonction est décroissante entre deux asymptotes consécutives, puisque $ab < 0$.

6) Ordonnée à l'origine: $f(0) = -5 \tan\left(\frac{3}{2}(0 - 4\pi)\right) - 2 = -2$.

7) Zéros: $x = -0,2537 + n \cdot \frac{2\pi}{3}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$f(x) = -5 \tan\left(\frac{3}{2}(x + 4\pi)\right) - 2 = 0$$

$$\frac{3}{2}(x + 4\pi) = \arctan\left(-\frac{2}{5}\right) = -0,3805$$

$$x \approx -0,2537 - 4\pi, \text{ et } 4\pi = 6P.$$

8) Signe:

Positif sur l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}n, -0,2537 + \frac{2\pi}{3}n \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Négatif sur l'intervalle $\left] -0,2537 + \frac{2\pi}{3}n, \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}n \right]$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Devoir Fonction tangente zéros et équations

2. a) $x = n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche :

$$5 \tan(x) = 0$$

$$\tan(x) = 0.$$

$$\text{La période est } \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{1} = \pi.$$

$$\text{Donc, } x = 0 + n \cdot \pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

b) $x = n \cdot \frac{\pi}{5}$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche :

$$\tan(5x) = 0.$$

$$\text{La période est } \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{5}.$$

$$\text{Donc, } x = 0 + n \cdot \frac{\pi}{5} \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

c) $x = -5 + n \cdot \pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche :

$$\tan(x + 5) = 0.$$

$$\text{La période est } \frac{\pi}{|b|} = \pi.$$

$$\text{Donc, } x + 5 = 0 + n \cdot \pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

d) $x = 0,9653 + n \cdot 3\pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche :

$$\tan\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = -3$$

$$\tan\left(\frac{1}{3}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\right) = -3$$

$$\frac{1}{3}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \arctan(-3) = -1,2490$$

$$x = 3 \cdot -1,2490 + \frac{3\pi}{2} = 0,9653.$$

$$\text{La période est } \frac{\pi}{|b|} = 3\pi.$$

$$\text{Donc, } x = 0,9653 + n \cdot 3\pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

e) $x = 10,3900 + n \cdot 3\pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche :

$$4 \tan\left(\frac{x}{3} - \frac{3\pi}{2}\right) = -12$$

$$\tan\left(\frac{1}{3}\left(x - \frac{9\pi}{2}\right)\right) = -3$$

$$\frac{1}{3}\left(x - \frac{9\pi}{2}\right) = \arctan(-3) = -1,2490$$

$$x = 3 \cdot -1,2490 + \frac{9\pi}{2} = 10,3900.$$

$$\text{La période est } \frac{\pi}{|b|} = 3\pi.$$

$$\text{Donc, } x = 10,3900 + n \cdot 3\pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

Devoir Fonction tangente zéros et équations

f) $x = 0,9653 + n \cdot 3\pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.

Démarche:

$$2 \tan\left(\frac{1}{3}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)\right) + 6 = 0$$

$$\tan\left(\frac{1}{3}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)\right) = -3$$

$$\frac{1}{3}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \arctan(-3) = -1,2490$$

$$x = 3 \cdot -1,2490 + \frac{3\pi}{2} = 0,9653.$$

La période est $\frac{\pi}{|b|} = 3\pi$.

Donc, $x = 0,9653 + n \cdot 3\pi$ où $n \in \mathbb{Z}$.