Devoir Fonction tangente – Recherche de la règle
CORRIGÉ

1.

a) $f(x) = -\frac{1}{4}\tan\left(6\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\right)+1.$

Démarche :

La période de la fonction correspond à la distance entre deux asymptotes consécutives. On a donc :

$P = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}.$

Comme $P = \frac{\pi}{b}$, on a $b = 6$.

De plus, l'équation d'une asymptote est donnée par : $x = h + \frac{\pi}{b}\left(\frac{1}{2}+n\right)$ où $n \in \mathbb{Z}$.

On trouve donc la valeur de h en posant $n = 0$:

$h = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}+0\right) = -\frac{\pi}{6}.$

Avec les deux points donnés, on trouve les paramètres a et k :

$f\left(\frac{\pi}{24}\right) = a\tan\left(6\left(\frac{\pi}{24}+\frac{\pi}{6}\right)\right)+k = \frac{3}{4}$

$a + k = \frac{3}{4}$

$f(\pi) = a\tan\left(6\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)\right)+k = 1$

$0\cdot a + k = 1$

$k = 1$ et $a = -\frac{1}{4}.$

b) $f(x) = \tan\left(\frac{1}{4}(x-3\pi)\right).$

Démarche :

La période de la fonction correspond à la distance entre deux asymptotes consécutives. On a donc :

$P = 5\pi - \pi = 4\pi.$

Comme $P = \frac{\pi}{b}$, on a $b = \frac{1}{4}.$

De plus, l'équation d'une asymptote est donnée par : $x = h + \frac{\pi}{b}\left(\frac{1}{2}+n\right)$ où $n \in \mathbb{Z}$.

On trouve donc la valeur de h en posant $n = 0$:

$h = \pi + 4\pi\cdot\left(\frac{1}{2}+0\right) = 3\pi.$

Avec les deux points donnés, on trouve les paramètres a et k :

$f(^-\pi) = a\tan\left(\frac{1}{4}(^-\pi - 3\pi)\right)+k = 0$

$0\cdot a + k = 0$

$f(2\pi) = a\tan\left(\frac{1}{4}(2\pi - 3\pi)\right)+k = {}^-1$

${}^-1\cdot a + k = 1$

$k = 0$ et $a = 1.$

Devoir Fonction tangente – Recherche de la règle
CORRIGÉ

c) $f(x)=\frac{1}{3}\tan(x+\pi)+3.$

Démarche :

La période de la fonction correspond à la distance entre deux asymptotes consécutives. On a donc :

$P=-\frac{3\pi}{2}+\frac{5\pi}{2}=\pi.$

Comme $P=\frac{\pi}{b}$, on a $b=1$.

De plus, l'équation d'une asymptote est donnée par : $x=h+\frac{\pi}{b}\left(\frac{1}{2}+n\right)$ où $n\in\mathbb{Z}$.

On trouve donc la valeur de h en posant $n=0$:

$h=-\frac{3\pi}{2}+\pi\cdot\left(\frac{1}{2}+0\right)=^{-}\pi.$

Avec les deux points donnés, on trouve les paramètres a et k :

$f(\pi)=a\tan(1(\pi+\pi))+k=3$

$0\cdot a+k=3$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=a\tan\left(1\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)\right)+k=\frac{10}{3}$

$a+k=\frac{10}{3}$

$k=3$ et $a=\frac{1}{3}.$

d) $f(x)=2\tan\left(2\left(x-\frac{4\pi}{3}\right)\right)-3.$

Démarche :

La période de la fonction correspond à la distance entre deux asymptotes consécutives. On a donc :

$P=\frac{13\pi}{12}-\frac{7\pi}{12}=\frac{\pi}{2}.$

Comme $P=\frac{\pi}{b}$, on a $b=2$.

De plus, l'équation d'une asymptote est donnée par : $x=h+\frac{\pi}{b}\left(\frac{1}{2}+n\right)$ où $n\in\mathbb{Z}$.

On trouve donc la valeur de h en posant $n=0$:

$h=\frac{13\pi}{12}+\frac{\pi}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}+0\right)=\frac{4\pi}{3}.$

Avec les deux points donnés, on trouve les paramètres a et k :

$f\left(\frac{\pi}{3}\right)=a\tan\left(2\left(\frac{\pi}{3}-\frac{4\pi}{3}\right)\right)+k=^{-}3$

$0\cdot a+k=^{-}3$

$f(0)=a\tan\left(2\left(0-\frac{4\pi}{3}\right)\right)+k=2\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\cdot a+k=2\sqrt{3}-3$

$k=^{-}3$ et $a=2.$

Devoir Fonction tangente – Recherche de la règle
CORRIGÉ

2. Les coordonnées du point P sont (0,5404, 4).

Démarche :

Il faut d'abord trouver l'équation de la fonction représentée sur le graphique. La période de la fonction correspond à la distance entre deux asymptotes consécutives. On a donc :

$$P = \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi.$$

Comme $P = \frac{\pi}{b}$, on a $b = 1$.

De plus, l'équation d'une asymptote est donnée par : $x = h + \frac{\pi}{b}\left(\frac{1}{2} + n\right)$ où $n \in \mathbb{Z}$.

On trouve donc la valeur de h en posant $n = 0$:

$$h = \frac{\pi}{4} + \pi \cdot \left(\frac{1}{2} + 0\right) = \frac{3\pi}{4}.$$

Avec les deux points donnés, on trouve les paramètres a et k :

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{4}\right) + k = \frac{3}{2}$$

$$^{-}1 \cdot a + k = \frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = a\tan\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4}\right) + k = 2$$

$$0 \cdot a + k = 2$$

$$k = 2 \text{ et } a = \frac{1}{2}.$$

L'équation est donc $f(x) = \frac{1}{2}\tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + 2$.

Il reste à trouver le point d'intersection avec $g(x)$ en posant $f(x) = g(x)$:

$$\frac{1}{2}\tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + 2 = 4$$

$$\tan\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = 4$$

$$x - \frac{3\pi}{4} = \arctan(4) = 1,3258$$

$$x = 3,6820 + n \cdot \pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

Sur le graphique, on voit que le point P est plus près de 0. D'où $x = 0,5404$.

Devoir Fonction tangente – Recherche de la règle
CORRIGÉ

3.

$$f(x) = {}^{-}\tan\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1.$$

Démarche:

Comme la période est π, on a le paramètre $b = 1$.

L'équation d'une asymptote nous permet de déduire la valeur de h:

$$x = h + \pi\left(\frac{1}{2} + n\right) = {}^{-}\pi \text{ où } n \in \mathbb{Z}.$$

On pose $n = 0$ et on trouve:

$$h + \frac{\pi}{2} = {}^{-}\pi$$

$$h = -\frac{3\pi}{2}.$$

Avec les deux points donnés, on trouve la valeur de a et de k:

$$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = a\tan\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2}\right) + k = 0$$

$$k = {}^{-}a\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = {}^{-}a$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = a\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2}\right) + k = 2$$

$${}^{-}a - a = 2$$

$$a = {}^{-}1$$

$$k = 1.$$