1. Le festival

Daniel veut profiter du festival d'hiver de son village pour gagner un peu d'argent. Il offrira des promenades aux participants des festivités. La remorque qu'il a louée et aménagée permet d'asseoir un maximum de 12 passagers. La charge maximale que peut accepter la remorque pour les passagers est de 600 kg. Daniel évalue la masse moyenne d'un adulte à 60 kg et la masse moyenne d'un enfant à 30 kg. Si le comité organisateur du festival fixe les prix de randonnée à 3,00$ pour un adulte et à 2,00$ pour un enfant, trouve le nombre d'adultes et le nombre d'enfants que Daniel doit accepter pour une randonnée s'il veut maximiser son profit. Daniel évalue à 13,00$ les frais fixes pour chaque randonnée.

X : nombre d'adultes

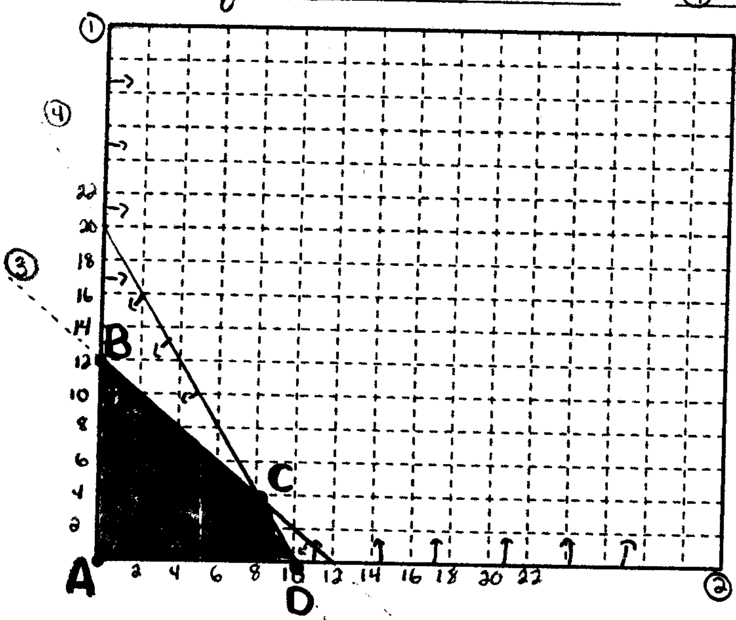
Y : nombre d'enfants

① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + y \leq 12 \rightarrow \boxed{y \leq 12 - x}$

④ $60x + 30y \leq 600 \rightarrow \boxed{y \leq 20 - 2x}$



③

x	y
0	12
12	0

④

x	y
0	20
10	0

C → ③ et ④

$12 - x = 20 - 2x$

$12 + x = 20$

$\boxed{x = 8 \quad y = 4}$

SOMMETS	FONCTION Z = $3x + 2y - 13$	VALEURS Z
A(0,0)	$3\cdot0 + 2\cdot0 - 13$	−13
B(0,12)	$3\cdot0 + 2\cdot12 - 13$	11
C(8,4)	$3\cdot8 + 2\cdot4 - 13$	19 ***
D(10,0)	$3\cdot10 + 2\cdot0 - 13$	17

Réponse : Il doit accepter 8 adultes et 4 enfants

2. La compagnie

Une compagnie fabrique des ballons de soccer. Il y a deux modèles de ballons : le premier modèle est d'une excellente qualité, tandis que le second est d'une qualité moyenne. Les coûts de production sont de 7,00$ pour le premier modèle et de 4,00$ pour le deuxième. Le prix de vente est de 11,00$ pour le premier modèle et de 9,00$ pour le deuxième. La compagnie veut avoir des revenus d'au moins 3200$ avec la vente de ses ballons. Le coût de production doit être d'au plus 1800$. Combien de ballons de chaque modèle la compagnie doit-elle fabriquer pour maximiser le nombre de ballons sur le marché.

X : nombre de ballons 1er modèle

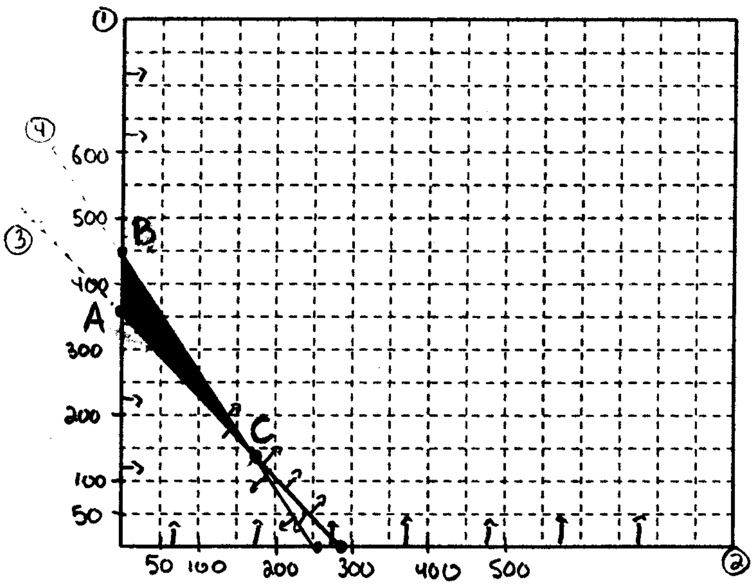
Y : nombre de ballons 2e modèle

① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $11x + 9y \geq 3200 \rightarrow \boxed{y \geq \frac{3200 - 11x}{9}}$

④ $7x + 4y \leq 1800 \rightarrow \boxed{y \leq \frac{1800 - 7x}{4}}$



③

x	y
0	$355,\bar{5}$
290,9	0

④

x	y
0	450
257,14	0

C → ③ et ④

$$\frac{3200 - 11x}{9} = \frac{1800 - 7x}{4}$$

$$12800 - 44x = 16200 - 63x$$

$$12800 + 19x = 16200$$

$$19x = 3400$$

$$x = 178,95$$

$$y = 136,84$$

SOMMETS	FONCTION Z = $x + y$	VALEURS Z
A$(0, 355,\bar{5})$	À REJETER	—
B(0, 450)	0 + 450	450
C(178,95 , 136,84)	À REJETER	—

Réponse : Il doit fabriquer aucun ballon du 1er modèle et 450 du 2e modèle

3. Le concessionnaire

Un concessionnaire offre à sa clientèle des voitures neuves et usagées. Le propriétaire demande à son vendeur de vendre au moins 10 voitures neuve de plus que les voitures usagées par mois. Pour rester en compétition, le vendeur doit vendre au moins 35 voitures par mois. Pour des raison d'espace, le nombre de voitures ne peut pas dépasser 65 par mois. Le vendeur reçoit 400$ par voiture neuve vendue et 200$ par voiture usagée vendue. Combien de voiture de chaque sorte doit-il vendre pour maximiser son revenu?

X : nombre de voitures neuves

Y : nombre de voitures usagées

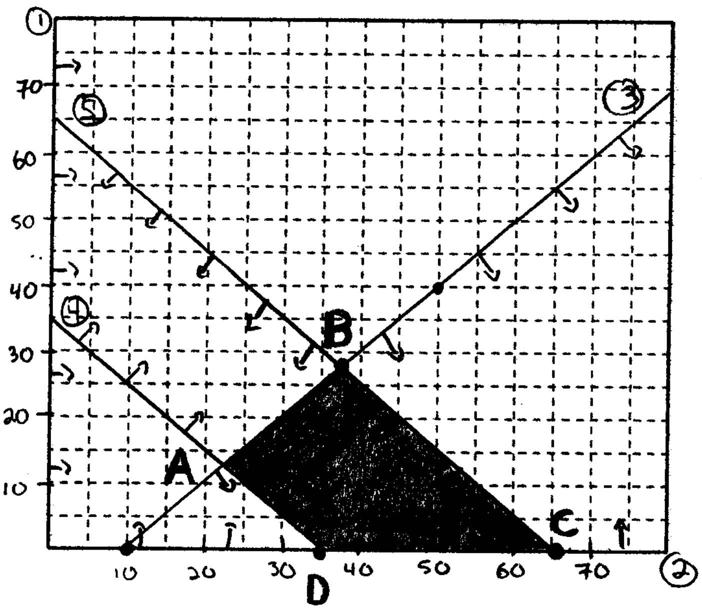
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x \geq y + 10 \rightarrow \boxed{y \leq x - 10}$

④ $x + y \geq 35 \rightarrow \boxed{y \geq 35 - x}$

⑤ $x + y \leq 65 \rightarrow \boxed{y \leq 65 - x}$



③

x	y
10	0
50	40

④

x	y
0	35
35	0

⑤

x	y
0	65
65	0

A → ③ et ④

$x - 10 = 35 - x$

$2x - 10 = 35$

$2x = 45$

$\boxed{x = 22{,}5 \quad y = 12{,}5}$

B → ③ et ⑤

$x - 10 = 65 - x$

$2x - 10 = 65$

$2x = 75$

$\boxed{x = 37{,}5 \quad y = 27{,}5}$

SOMMETS	FONCTION Z = 400x + 200y	VALEURS Z
A (22.5, 12.5)	400(22.5) + 200(12.5)	11 500 (À REJETER)
B (37.5, 27.5)	400(37.5) + 200(27.5)	20 500 (À REJETER)
C (65, 0)	400(65) + 200·0	26 000 ✱✱✱
D (35, 0)	400(35) + 200·0	14 000

Réponse : Il doit vendre 65 voitures neuves et aucune voiture usagée pour un revenu de 26000$

5. Le terrain vacant

M. Lachance veut transformer un terrain vacant en une plantation d'épinettes et de sapins. Les dimensions du terrain lui permettent de planter au plus 70 arbres. De plus, un pépiniériste lui a conseillé de planter au moins 10 sapins de plus que le nombre d'épinettes.Cependant, pour avoir droit à la subvention gouvernementale, il doit planter au moins 20 épinettes. Plus tard, il vendra les épinettes 30,00$ et les sapins 25,00$. Combien doit-il planter d'épinettes et de sapins pour maximiser son revenu ?

X : nombre d'épinettes

Y : nombre de sapins

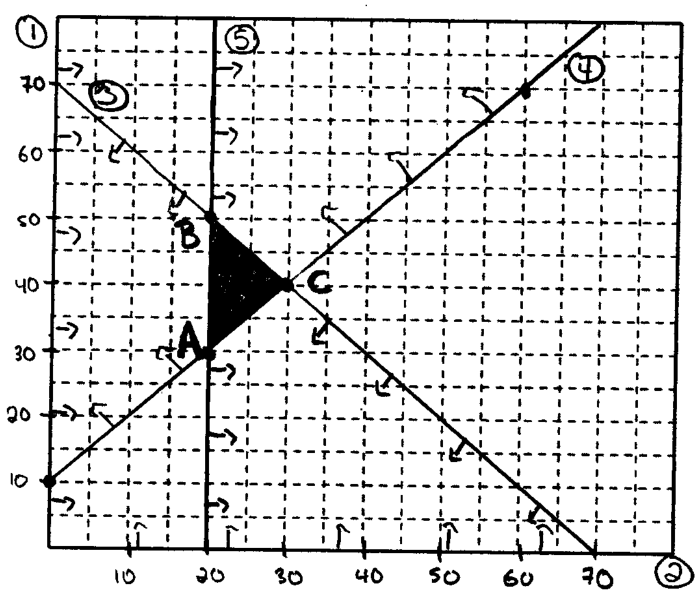
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + y \leq 70 \rightarrow \boxed{y \leq 70 - x}$

④ $x + 10 \leq y$

⑤ $x \geq 20$



③

x	y
0	70
70	0

④

x	y
0	10
60	70

C → ③ et ④

$70 - x = x + 10$

$70 = 2x + 10$

$60 = 2x$

$\boxed{\begin{array}{l} 30 = x \\ 40 = y \end{array}}$

SOMMETS	FONCTION Z = $30x + 25y$	VALEURS Z
A(20,30)	30(20) + 25(30)	1350
B(20,50)	30(20) + 25(50)	1850
C(30,40)	30(30) + 25(40)	1900 ***

Réponse : Il doit planter 30 épinettes et 40 sapins pour un revenu de 1900$

6. Le jeu vidéo

Pépito possède un jeu vidéo qui consiste à abattre des vaisseaux spatiaux. Le joueur mérite 2000 points s'il abat un vaisseau bleu et 3000 points s'il abat un vaisseau jaune. Le jeu ne permet pas d'abattre plus de vaisseaux jaunes que de vaisseaux bleus. De plus, dans le premier tableau du jeu, seulement 6 vaisseaux bleus et 5 vaisseaux jaunes apparaissent à l'écran. Quelle est la valeur maximale du score de Pépito pour le premier tableau ?

X : nombre de vaisseaux bleus abattus

Y : nombre de vaisseaux jaunes abattus

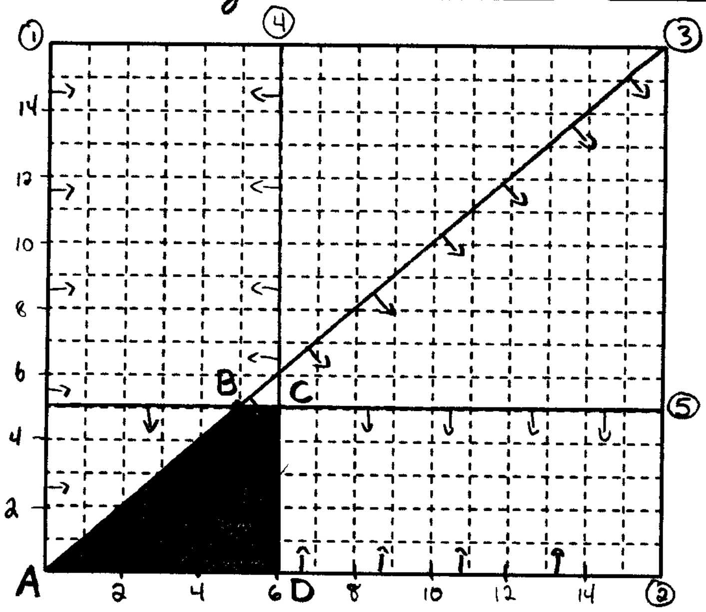
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x \geq y$

④ $x \leq 6$

⑤ $y \leq 5$



SOMMETS	FONCTION Z = $2000x + 3000y$	VALEURS Z
A(0,0)	$2000 \cdot 0 + 3000 \cdot 0$	0
B(5,5)	$2000 \cdot (5) + 3000 \cdot (5)$	25000
C(6,5)	$2000 \cdot (6) + 3000 \cdot (5)$	27 000 ***
D(6,0)	$2000 \cdot (6) + 3000 \cdot (0)$	12 000

Réponse : La valeur maximale du score de Pépito est de 27000 points

7. L'érablière

Gilles est propriétaire d'une petite érablière. Chaque printemps, il produit du sirop qu'il vend à ses amis. Il verse ce sirop dans des contenants de deux formats : 1 litre et 3 litres. Cette année, il a produit au moins 60 litres de sirop. Au cours des années antérieures, il a observé que le premier format est au moins trois fois plus en demande que le second. Cependant, il ne veut pas dépasser 60 contenants. Il vend son sirop 8,00$ le contenant d'un litre et 20,00$ le contenant de 3 litres. Il recherche le nombre de contenants de chaque format qui vont lui permettre de réaliser un profit maximal.

X : nombre de contenants de 1 litre

Y : nombre de contenants de 3 litres

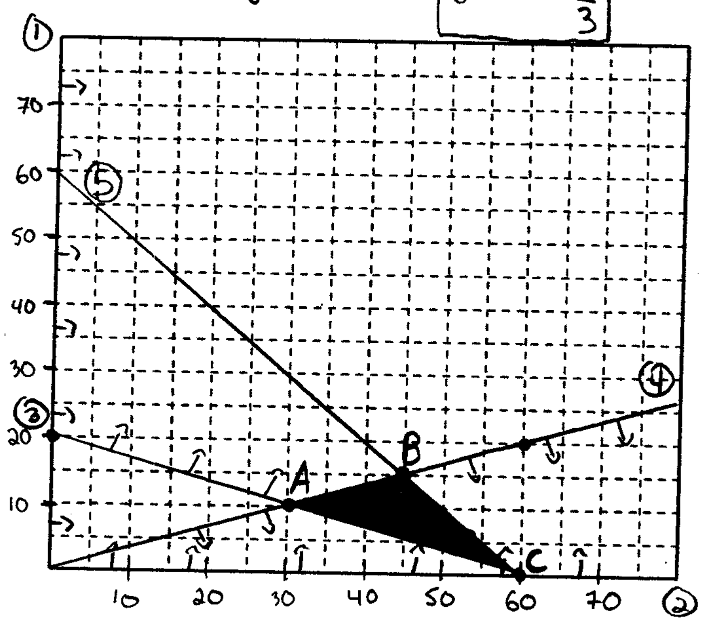
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + 3y \geq 60 \rightarrow \boxed{y \geq 20 - \frac{x}{3}}$

④ $x \geq 3y \rightarrow \boxed{y \leq \frac{x}{3}}$

⑤ $x + y \leq 60 \rightarrow \boxed{y \leq 60 - x}$



③

x	y
0	20
60	0

④

x	y
0	0
60	20

⑤

x	y
0	60
60	0

A → ③ et ④

$20 - \frac{x}{3} = \frac{x}{3}$

$20 = \frac{2x}{3}$

$60 = 2x$

$\boxed{30 = x \quad 10 = y}$

B → ④ et ⑤

$\frac{x}{3} = 60 - x$

$x = 180 - 3x$

$4x = 180$

$\boxed{x = 45 \quad y = 15}$

SOMMETS	FONCTION Z = $8x + 20y$	VALEURS Z
A(30, 10)	8(30) + 20(10)	440
B(45, 15)	8(45) + 20(15)	660 ***
C(60, 0)	8(60) + 20(0)	480

Réponse : 45 contenants de 1 litre et 15 contenants de 3 litres pour un profit maximum de 660 $

8. L'album des finissants

L'imprimeur d'un album de finissants et finissantes d'une école secondaire demande 0,10$ pour l'impression d'une page en noir et blanc, 0,25$ pour une page en couleurs et 3,00$ pour l'impression de la page couverture. Le comité responsable désire que l'album ne contienne pas moins de 30 pages et pas plus de 90 pages. On désire au moins 5 pages en couleurs. De plus, le double du nombre de pages en noir et blanc augmenté de cinq fois le nombre de pages en couleurs ne doit pas dépasser 360. On cherche le nombre de pages en noir et blanc et en couleurs que devra avoir l'album pour que le coût total soit minimal.

X : nombre de pages en noir et blanc

Y : nombre de pages en couleurs

① $x \geq 0$

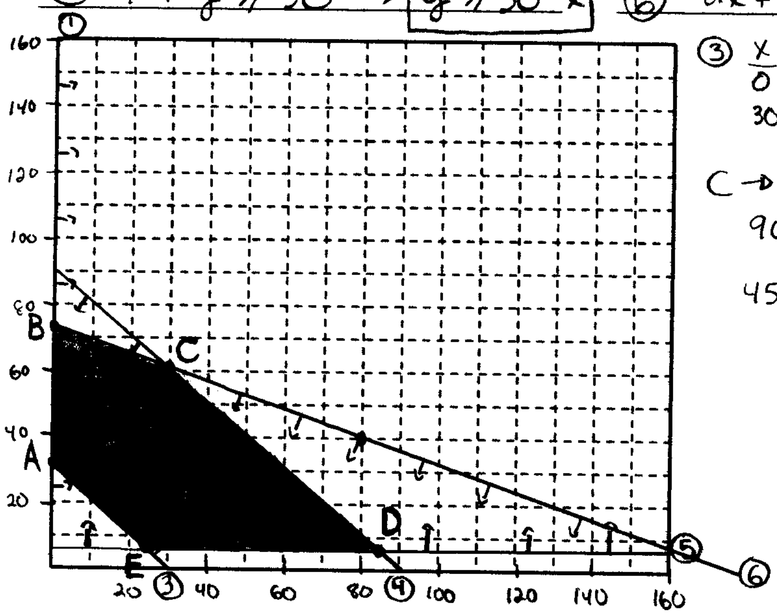
② $y \geq 0$ (Pas nécessaire)

③ $x + y \geq 30 \rightarrow \boxed{y \geq 30 - x}$

④ $x + y \leq 90 \rightarrow \boxed{y \leq 90 - x}$

⑤ $y \geq 5$

⑥ $2x + 5y \leq 360 \rightarrow y \leq \frac{360 - 2x}{5}$



③

x	y
0	30
30	0

④

x	y
0	90
90	0

⑥

x	y
0	72
80	40

C → ④ et ⑥

$90 - x = \frac{360 - 2x}{5}$

$450 - 5x = 360 - 2x$

$90 = 3x$

$\boxed{30 = x \quad 60 = y}$

SOMMETS	FONCTION Z = $0,10x + 0,25y + 3$	VALEURS Z
A(0,30)	$0,10(0) + 0,25(30) + 3$	10,50 $
B(0,72)	$0,10(0) + 0,25(72) + 3$	21,00 $
C(30,60)	$0,10(30) + 0,25(60) + 3$	21,00 $
D(85,5)	$0,10(85) + 0,25(5) + 3$	12,75 $
E(25,5)	$0,10(25) + 0,25(5) + 3$	6,75 $ ***

Réponse : 25 pages en noir et blanc et 5 pages en couleurs pour un coût minimal de 6,75 $

9. La coopérative

Achetée directement d'une coopérative, une caisse de homards de 30 kg coûte 150$ et une caisse de crabes de 40 kg coûte 100$. Un commerçant dispose de 2100$ pour acheter ces crustacés. Avec son camion, il peut rapporter une charge ne dépassant pas 600 kg. Combien de caisses de chaque sorte le commerçant devra-t-il rapporter pour maximiser ses profits, s'il réalise un profit de 65$ sur la vente d'une caisse de homards et de 40$ sur la vente d'une caisse de crabes ?

X : nombre de caisses de homards
Y : nombre de caisses de crabes

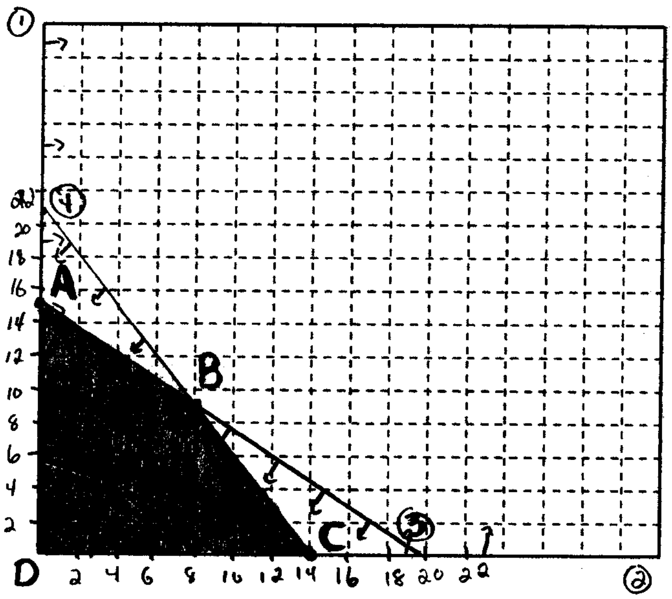
① $x \geq 0$
② $y \geq 0$
③ $30x + 40y \leq 600 \rightarrow \boxed{y \leq 15 - 0{,}75x}$
④ $150x + 100y \leq 2100 \rightarrow \boxed{y \leq 21 - 1{,}5x}$

③

x	y
0	15
20	0

④

x	y
0	21
14	0



B → ③ et ④

$15 - 0{,}75x = 21 - 1{,}5x$

$15 + 0{,}75x = 21$

$0{,}75x = 6$

$\boxed{x = 8 \quad y = 9}$

SOMMETS	FONCTION Z = $65x + 40y$	VALEURS Z
A(0,15)	65(0) + 40(15)	600
B(8,9)	65(8) + 40(9)	880
C(14,0)	65(14) + 40(0)	910 ***
D(0,0)	65(0) + 40(0)	0

Réponse : Il doit rapporter 14 caisses de homards et 0 caisse de crabes pour un profit de 910$

10. Le lavothon

Le conseil des élèves organise un ``lavothon``. Il offre de laver des voitures et des camionnettes. Vu le temps, la main d'œuvre et l'argent dont il dispose, le conseil a fixé les règles suivantes :

- on peut laver au plus 300 véhicules
- on doit laver au moins 90 véhicules
- on doit laver au moins 2 fois plus de voitures que de camionnettes
- on demande 4,00$ pour les voitures et 6,00$ pour les camionnettes

Combien de voitures et de camionnettes doit-on laver pour maximiser les profits ?

X : nombre de voitures

Y : nombre de camionnettes

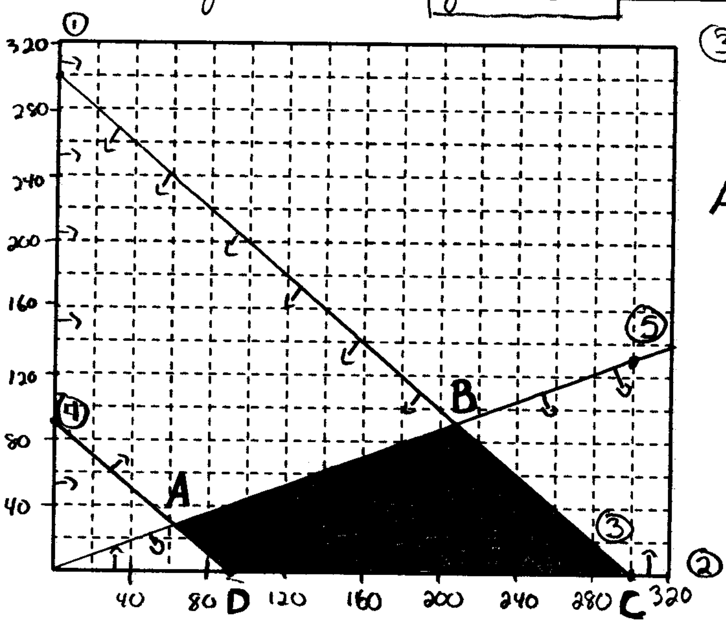
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + y \leq 300 \rightarrow \boxed{y \leq 300 - x}$

④ $x + y \geq 90 \rightarrow \boxed{y \geq 90 - x}$

⑤ $x \geq 2y \rightarrow \boxed{y \leq \frac{x}{2}}$



③ x	y
0	300
300	0

④ x	y
0	90
90	0

⑤ x	y
0	0
300	150

A → ④ et ⑤

$90 - x = \frac{x}{2}$

$180 - 2x = x$

$180 = 3x$

$\boxed{60 = x \quad 30 = y}$

B → ③ et ⑤

$300 - x = \frac{x}{2}$

$600 - 2x = x$

$600 = 3x$

$\boxed{200 = x \quad 100 = y}$

SOMMETS	FONCTION Z = 4x + 6y	VALEURS Z
A(60, 30)	4(60) + 6(30)	420
B(200, 100)	4(200) + 6(100)	1400 ***
C(300, 0)	4(300) + 6(0)	1200
D(90, 0)	4(90) + 6(0)	360

Réponse : On doit laver 200 voitures et 100 camionnettes pour des profits de 1400$

11. Le camionneur

Un camionneur transporte des boîtes contenant de l'acier d'une masse de 150 kg et d'autres boîtes contenant de l'aluminium d'une masse de 100kg. Les boîtes ont les mêmes dimensions. Le camion utilisé peut être chargé d'un maximum de 200 caisses dont la masse totale ne doit pas dépasser 24000 kg. Chaque caisse d'acier transportée lui donne 25$ tandis qu'une caisse d'aluminium lui rapporte 20$. Combien de caisses de chaque type le camionneur doit-il transporter pour maximiser ses revenus ?

X : nombre de caisses d'acier

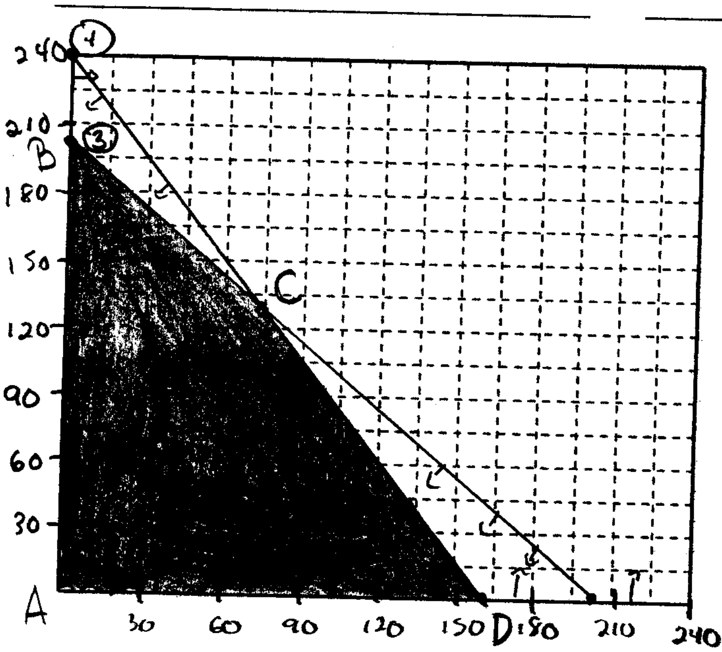
Y : nombre de caisses d'aluminium

① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + y \leq 200 \rightarrow \boxed{y \leq 200 - x}$

④ $150x + 100y \leq 24000 \rightarrow y \leq 240 - 1,5x$



③
x	y
0	200
200	0

④
x	y
0	240
160	0

C → ③ et ④

$200 - x = 240 - 1,5x$

$0,5x = 40$

$\boxed{x = 80 \quad y = 120}$

SOMMETS	FONCTION Z = $25x + 20y$	VALEURS Z
A(0,0)	25(0) + 20(0)	0
B(0,200)	25(0) + 20(200)	4000
C(80,120)	25(80) + 20(120)	4400
D(160,0)	25(160) + 20(0)	4000

Réponse : 80 caisses d'acier et 120 caisses d'aluminium pour un revenu de 4400$

12. La bijouterie

Dans une bijouterie, on vend deux marques de bague : des Rossini et des Mozart. Pour éviter les inventaires coûteux, le bijoutier ne peut garder en magasin plus de soixante bagues. Cependant, pour en garder l'exclusivité, il doit en avoir au moins trente. La bague Rossini est au moins deux fois plus populaire que la Mozart. S'il fait un profit de 50$ sur la vente d'une Rossini et de 75$ pour une Mozart, combien de bagues de chaque marque doit-il vendre pour maximiser son profit ?

X : nb. de bagues Rossini

Y : nb. de bagues MOZART

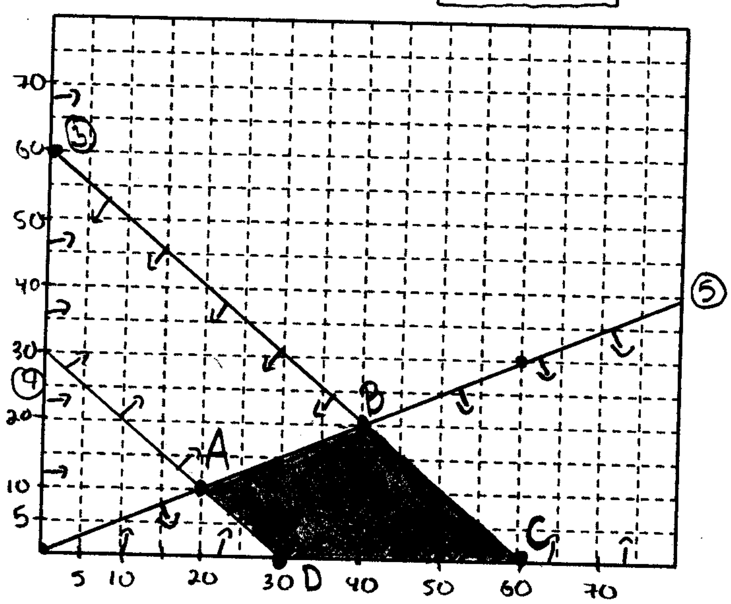
① $x \geq 0$

② $y \geq 0$

③ $x + y \leq 60 \rightarrow \boxed{y \leq 60 - x}$

④ $x + y \geq 30 \rightarrow \boxed{y \geq 30 - x}$

⑤ $x \geq 2y \rightarrow \boxed{y \leq x/2}$



③

x	y
0	60
60	0

④

x	y
0	30
30	0

SOMMETS	FONCTION Z = $50x + 75y$	VALEURS Z
A(20,10)	50(20) + 75(10)	1750
B(40,20)	50(40) + 75(20)	3500 *
C(60,0)	50(60) + 75(0)	3000
D(30,0)	50(30) + 75(0)	1500

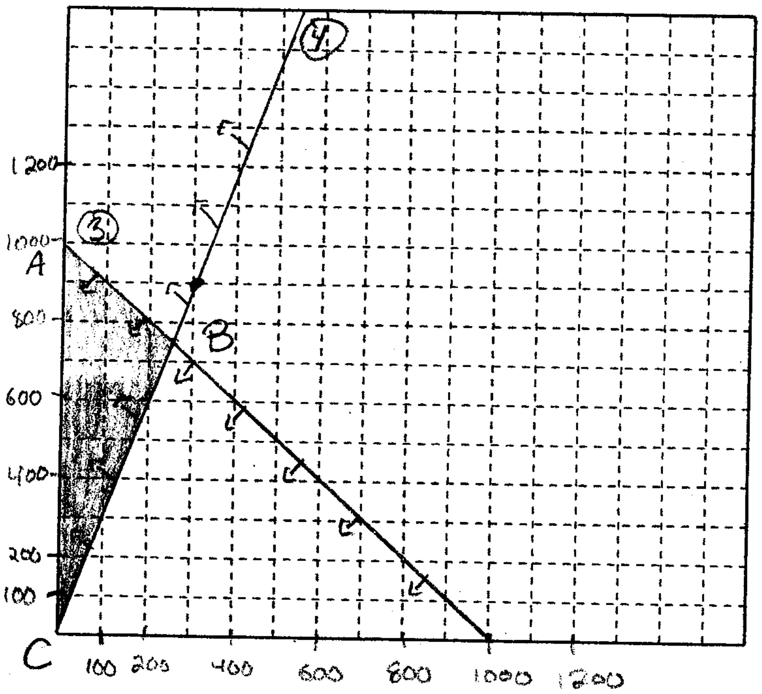
Réponse : Il doit vendre 40 bagues Rossini et 20 bagues Mozart pour un maximum de profit de 3500$

13. La pêche

En attendant le printemps, René fabrique des mouches pour la pêche : un type ¨B¨ pour le brochet et un type ¨D¨ pour le doré. Il ne peut en faire plus de 1000. En outre, il fait un profit de 1,25$ pour une mouche de type ¨B¨ et un profit de 0,75$ pour une mouche de type ¨D¨. Il prévoit fabriquer au moins trois fois plus de mouches ¨D¨ que de mouche ¨B¨. Quelle quantité de mouches de chaque type doit-il fabriquer pour réaliser un profit maximal ?

X : nb. de mouches type "B"
Y : nb. de mouches type "D"

① $x \geq 0$
② $y \geq 0$
③ $x + y \leq 1000 \rightarrow y \leq 1000 - x$
④ $3x \leq y$



③

x	y
0	1000
1000	0

④

x	y
0	0
300	900

B → ③ et ④

$1000 - x = 3x$

$1000 = 4x$

$\boxed{250 = x \quad 750 = y}$

SOMMETS	FONCTION Z = $1{,}25x + 0{,}75y$	VALEURS Z
A(0,1000)	1,25(0) + 0,75(1000)	750
B(250,750)	1,25(250) + 0,75(750)	875 *
C(0,0)	1,25(0) + 0,75(0)	0

Réponse : Il doit fabriquer 250 mouche "B" et 750 mouches "D" pour un max. de profit de 875 $.

14. Le jardin

Monsieur Fafard veut acheter des plants de rosiers et des plants de potentilles pour orner son jardin. Il aimerait avoir au moins 30 plants, mais au plus 50. De plus, il veut au moins autant de plants de rosiers que de plants de potentilles. Il ajoute également ceci : « le quintuple du nombre de plants de potentilles diminué du nombre de plants égale au moins 30 ». Un plant de rosiers coûte 6,00$ et un plant de potentilles coûte 9,00$. Combien de plants de chaque sorte devra-t-il acheter pour minimiser ses coûts ?

X : nb. de plants de Rosier

Y : nb. de plants de Potentilles

1 $x \geq 0$

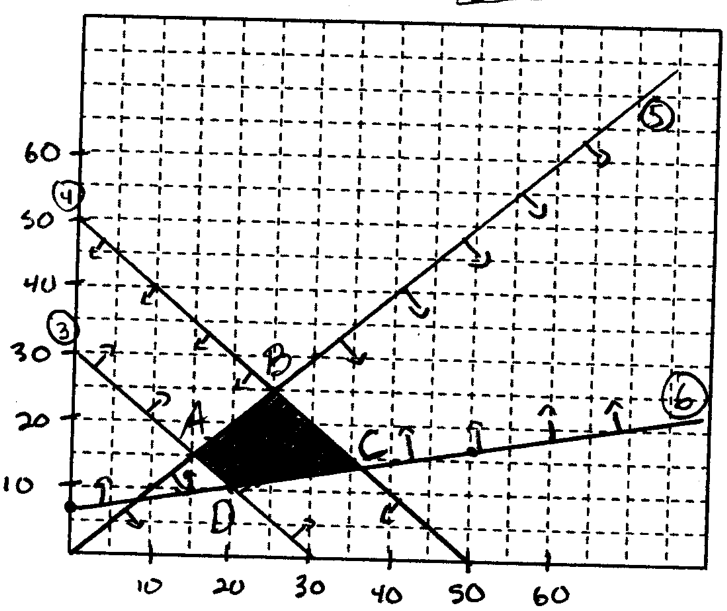
2 $y \geq 0$

3 $x + y \geq 30 \rightarrow \boxed{y \geq 30 - x}$

4 $x + y \leq 50 \rightarrow \boxed{y \leq 50 - x}$

5 $x \geq y$

6 $5y - x \geq 30 \rightarrow \boxed{y \geq \frac{x}{5} + 6}$



3 x	3 y	4 x	4 y	5 x	5 y
0	30	0	50	0	6
30	0	50	0	50	16

C → 4 et 6

$$50 - x = \frac{x}{5} + 6$$
$$250 - 5x = x + 30$$
$$220 = 6x$$
$$\boxed{36,\overline{6} = x \quad 13,\overline{3} = y}$$

D → 3 et 6

$$30 - x = \frac{x}{5} + 6$$
$$150 - 5x = x + 30$$
$$120 = 6x$$
$$\boxed{20 = x \quad 10 = y}$$

SOMMETS	FONCTION Z = $6x + 9y$	VALEURS Z
A(15, 15)	6(15) + 9(15)	225
B(25, 25)	6(25) + 9(25)	375
C($36,\overline{6}$, $13,\overline{3}$)	6($36,\overline{6}$) + 9($13,\overline{3}$)	≈ 340
D(20, 10)	6(20) + 9(10)	210 *

Réponse : Il devra acheter 20 plants de rosier et 10 de potentilles pour minimiser ses coûts à 210$

15. Les lignes électriques

Pour la construction d'une ligne électrique souterraine, on doit creuser des tunnels. Deux types de camions sont utilisés pour transporter la terre. Ces camions peuvent contenir respectivement 6 t et 10 t de terre. Pour les travaux, on dispose d'au moins 5 fois plus de camions de 6 t que de 10 t et il y a au moins 15 camions de 10 t disponibles. Au total, on estime qu'au moins 1200 t de terre devront être chargées. Toutefois, les camions auront à transporter au plus 1800 t. Le coût du chargement d'un camion de 6 t est de 40$ et celui d'un camion de 10 t est de 60$. Détermine le nombre de chargements de chaque type de camion que doit planifier le responsable des travaux afin de minimiser le coût relié au transport de la terre.

X : nbre de chargements de 6 t

Y : nbre de chargements de 10 t

① $x \geq 0$

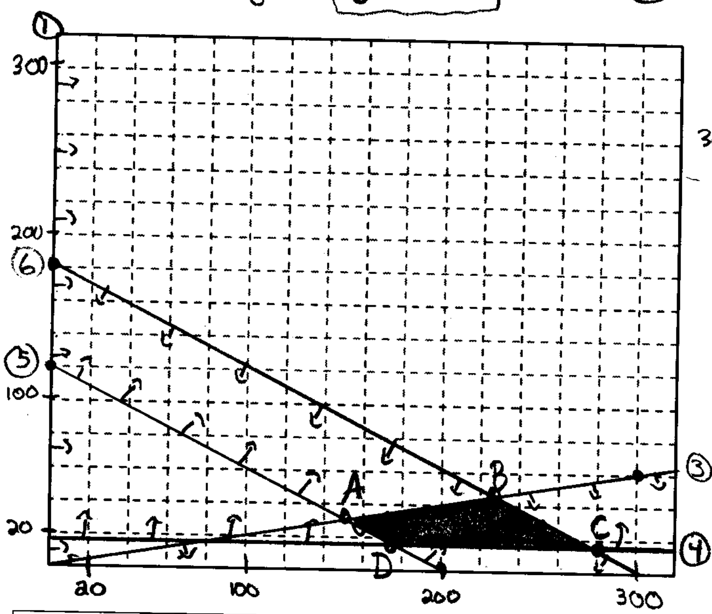
② $y \geq 0$

③ $x \geq 5y \rightarrow \boxed{y \leq x/5}$

④ $y \geq 15$

⑤ $6x + 10y \geq 1200 \rightarrow \boxed{y \geq \frac{1200 - 6x}{10}}$

⑥ $6x + 10y \leq 1800 \rightarrow \boxed{y \leq \frac{1800 - 6x}{10}}$



③ x	③ y	⑤ x	⑤ y	⑥ x	⑥ y
0	0	0	120	0	180
300	60	200	0	300	0

A → ③ et ⑤

$\frac{x}{5} = \frac{1200 - 6x}{10}$

$10x = 6000 - 30x$

$40x = 6000$

$x = 150$

$y = 30$

B → ③ et ⑥

$\frac{x}{5} = \frac{1800 - 6x}{10}$

$10x = 9000 - 30x$

$40x = 9000$

$x = 225$

$y = 45$

C → ④ et ⑥

$15 = \frac{1800 - 6x}{10}$

$150 = 1800 - 6x$

$-1650 = -6x$

$275 = x$

$15 = y$

D → ④ et ⑤

$15 = \frac{1200 - 6x}{10}$

$150 = 1200 - 6x$

$-1050 = -6x$

$175 = x$

$15 = y$

SOMMETS	FONCTION Z = $40x + 60y$	VALEURS Z
A (150, 30)	40 (150) + 60 (30)	7800 ✶
B (225, 45)	40 (225) + 60 (45)	11 700
C (275, 15)	40 (275) + 60 (15)	11 900
D (175, 15)	40 (175) + 60 (15)	7900

Réponse : 150 chargements de 6 t. et 30 chargements de 10 t pour minimiser les coûts à 7800$