

CORRIGE

MATHÉMATIQUE SN 5 La comète hyperbolique

Une comète contourne le Soleil en suivant une trajectoire hyperbolique. On peut représenter la trajectoire dans un plan cartésien où les unités de mesure sont des unités astronomiques (ua).

Le sommet de l'hyperbole est situé au point $(6, 0)$ et il y a une asymptote en $y = \frac{3}{2}x$. Les astronomes ont déterminé que la queue de la comète serait visible à l'œil nu à partir de la Terre lorsque la comète se trouvera aux points P et Q .

Détermine les coordonnées de ces deux points.

Equation de l'hyperbole :

$$a = 6$$

$$\text{asymptote : } y = \frac{3}{2}x$$

$$y = \frac{b}{a}x \rightarrow y = \frac{3}{2}x \rightarrow \text{mais on sait que } a = 6$$

$$\text{alors } \frac{3}{2} = \frac{b}{6} \Rightarrow b = 9$$

$$\text{Equation : } \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{81} = 1$$

Coordonnées du Foyer :

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow c = \sqrt{36 + 81} = \sqrt{117} = 10,82$$

$$F(10,82, 0)$$

les points P et Q ont la même abscisse que le Foyer

$$\text{alors } \frac{10,82^2}{36} - \frac{y^2}{81} = 1 \rightarrow -\frac{y^2}{81} = 1 - \frac{10,82^2}{36}$$

$$y^2 = -81 \left(1 - \frac{10,82^2}{36} \right)$$

$$y = \sqrt{-81 \left(1 - \frac{10,82^2}{36} \right)} \approx \pm 13,51$$

alors $P(10,82, 13,51)$ et $Q(10,82, -13,51)$

